کاربرد مدل ریاضی چند سطحی چند هدفه در تعیین میزان بهینه عوامل کیفی مؤثر بر کیفیت تزریق پلاستیک با استفاده از روش‌شناسی رویه پاسخ دوگان[1] فازی: بوش تفلونی زیر آرنجی متحرک اتوبوس

مقصود امیری[1]، مهدی عزیزمحمدی[2]* و مصطفی حسین نژادی

۱. دانشیار گروه مدیریت دانشکده مدیریت و حسابداری، دانشگاه علامه طباطبایی، تهران، ایران
۲. دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی صنایع و مکانیک دانشگاه آزاد اسلامی، واحد قزوین، قزوین، ایران
۳. دانشجوی کارشناسی ارشد مدیریت صنعتی، گروه مدیریت صنعتی دانشگاه آزاد اسلامی، واحد قزوین، قزوین، ایران

دریافت: ۹۲/۲/٤ پذیرش: ۹۲/۱۲/۲۸

چکیده

یکی از روش‌های کاربردی برای مدلسازی و حل مسائل بهینه‌سازی، روش شناسایی سطح پاسخ است. روش سطح رویه پاسخ مجموعه‌ای از ابزارها برای برازاندن یک سطح برای مجموعه‌ای از داده‌ها و تعیین سطوح بهینه می‌باشد، این روش از یک مدل رگرسیونی برای بهینه‌سازی مسائل استفاده می‌کند. گروهی از مسائل دنیای واقعی شامل تعیین مقادیر بهینه برای دسته‌ای از متغیرهای ورودی جهت دستیابی به سطوح دلخواه از متغیر خروجی (متغیرها یا متغیر سطح پاسخ) می‌باشند. در این مقاله با توجه به اهمیت به سزای چهار عامل زمان خنک شدن، فشار تزریق، سرعت تزریق و دمای هیتر به عنوان متغیرهای ورودی مستقل قابل کنترل بر سطوح پاسخ کیفی و کمی مورد نظر (به صورت توأم و همزمان)، بر رابطه بین متغیرهای ورودی و متغیرهای سطح پاسخ با استفاده از مدل رگرسیون غیرخطی تعیین شدند. متغیرهای پاسخ به صورت قطعی و فازی بودن و به همین دلیل برای ایجاد مدل رگرسیون از مدل‌های ریاضی چندسطحی و روش‌شناسی رویه پاسخ دوگان فازی استفاده

* نویسندهٔ مسؤول مقاله: E-mail: m.azizmohamadi@gmail.com

شده است. سپس مقدار بهینه هر یک از عوامل با استفاده از الگوریتم متاهیورستیک تغییر یافته به منظور حل این نوع مدل‌ها به‌دست آمده است.

کلیدواژه‌ها: طراحی آزمایش‌ها، روش‌شناسی رویه پاسخ، تزریق پلاستیک، مدل‌های چند سطحی، پاسخ دوگان فازی.

۱- مقدمه

روش‌های آماری متعددی برای بهبود فرایندهای تولید مطرح شده است که یکی از مهم‌ترین آن‌ها، روش طراحی آزمایش‌ها (DOE)[۲] است. طراحی آزمایش‌ها به طور کلی دنباله‌ای از آزمون‌ها است که در آن با تغییراتی هدفمند در متغیرهای ورودی یک فرایند یا سیستم بتوان دلایل تغییراتی را که در متغیرهای پاسخ به وجود می‌آیند، تشخیص داد[۱]. یکی از مفاهیم طراحی آزمایش‌های روش‌شناسی، رویه پاسخ (RSM)[۳] می‌باشد که مجموعه‌ای از روش‌های ریاضی و آماری برای مدل کردن و تحلیل مسائلی است که یک متغیر پاسخ به‌وسیله چندین متغیر تأثیر می‌پذیرد و هدف بهینه کردن این متغیر پاسخ می‌باشد [۲]. در یک تعبیر ریاضی، هدف پیدا کردن شرایط عملیاتی یا سطوح عامل $(X_1, X_2, ..., X_k)$ است تا r متغیر پاسخ $(Y_1, Y_2, ..., Y_r)$ بسته به نوع مسئله کمینه یا بیشینه شوند. نورالنساء و همکارانش (۲۰۰۳) در مقاله خود روشی برای بهینه‌سازی مسائل چند پاسخه با استفاده از تابع تصمیم‌گیری در چارچوب روش‌شناسی رویه پاسخ ارائه دادند [۳، ص ۲۳۳-۲۲۱]. علیزاده و همکارانش (۲۰۰۵) برای بررسی همزمان تأثیر ٤ عامل دما، زمان عمل‌آوری، مایه پنیر و آب نمک بر کیفیت پنیر فتای ایرانی و تعیین مقادیر بهینه این پارامترها، روش‌شناسی سطح پاسخ را به کار بردند [٤، ص ۳۰۳-۲۹۹].

در مقاله دیگری امیری و همکاران (۲۰۱۲) در یک مطالعه موردی به بررسی عوامل تأثیرگذار بر فرایند آبکاری الکتریکی پرداخته و با استفاده از طراحی آزمایش‌ها، اثر سه عامل ورودی دما، غلظت سیانید سدیم و آمپر را بررسی و به‌وسیله روش برنامه‌ریزی آرمانی مقادیر بهینه را استخراج کردند [۵، ص ۱٤۲-۱۳۱]. کیم[٤] و لین[۵] (۱۹۹۸) یک رویکرد مدلسازی فازی برای بهینه‌سازی سیستم پاسخ دوگان[٦] پیشنهاد نمودند که در آن درجه رضایت و

انحراف استاندارد پاسخ‌ها به طور همزمان ماکزیمم می شود[٦، ص ۱۰-۱]. یک سال بعد ونتر[۷] و هافتکا[۸] (۱۹۹۹) مفاهیم فازی را برای مدلسازی نوعی از عدم قطعیت استفاده و نشان دادند که برای مسائل مشابه، طراحی بر مبنای تئوری فازی بهتر است [۷، ص ۲۲۷-۲۱۸]. چوی[۹] و همکاران (۲۰۰۷) در مقاله خود روش رگرسیون فازی با کاربرد براورد کننده‌های کمترین انحراف مطلق (FLDA)[۱۰] تشریح و بررسی شد[۸، ص ۲٦۳-۲۵۷]. کاظم‌زاده و همکاران (۲۰۰۸) چارچوبی عمومی در مسائل با چند سطح پاسخ مطابق با برخی کارهای موجود و چند نوع تصمیم‌گیری مرتبط پیشنهاد دادند [۹، ص ٤۲۹-٤۲۱]. بشیری و همکاران (۲۰۰۹) با استفاده از روش رگرسیون فازی اقدام به تعریف تابع انحراف و تشکیل ماتریس بازده برای مقادیر انحراف و تجمیع دو مدل عینی به یک هدف کردند [۱۰، ص ۱۷۳-۱٦۳]. امیری (۲۰۱۱) با استفاده از روش رگرسیون فازی با کاربرد براوردکننده‌های کم‌ترین انحراف مطلق، مدلی برای متغیر پاسخ لقی کاسه چرخ ارائه و با استفاده از مدل‌های برنامه‌ریزی خطی و روش Lp متریک مقادیر بهینه را استخراج نمود[۱۱، ص ۱٤۳-۱۳۳].

ساختار مقاله چنین است: در بخش دوم به فرایند تولید قطعه پرداخته، در بخش سوم، عوامل مؤثر و سطوح آن‌ها ارائه می‌شود. در بخش چهارم، متغیرهای پاسخ انتخاب و در بخش پنجم، طرح آزمایش بیان می‌شود، در بخش ششم، نحوه انجام آزمایش، در بخش هفتم چگونگی مدلسازی و به دست آوردن جواب بهینه و در بخش هشتم نتیجه‌گیری مقاله ارائه خواهد شد.

۲- فرایند تولید بوش تفلونی زیرآرنجی

این قطعه به عنوان یکی از قطعات تشکیل‌دهنده صندلی اتوبوس کاربرد دارد، با وزن تقریبی ۲۰ گرم و رنگ سفید و در قسمت متحرک زیرآرنجی مونتاژ می‌شود. این قطعه از گرانول، پلی‌آمید تولید می‌شود (PA). برای تولید این قطعه می‌توان از دستگاه‌های تزریق با حجم تزریق ۲۵۰ گرم در هر مرتبه استفاده کرد.

۳- انتخاب عوامل و تعیین سطوح آن‌ها

با توجه به شرایط تولید، چگونگی اندازه‌گیری و قرائت مقادیر هریک عوامل و نظر کارشناسان [۱۲]، در نهایت عوامل مد نظر به شرح ذیل مورد پذیرش واقع شدند:

۱- زمان خنک شدن

۲- فشار تزریق

۳- سرعت تزریق

۴- دمای هیتر

در جدول ۱مقادیر حدی هر یک از عوامل بیان شده است.

جدول ۱ مقادیر حدی هر یک از عوامل

ردیف	شرح عوامل تأثیرگذار	سطح بالای عامل (+)	سطح پایین عامل (-)
۱	زمان خنک‌کاری	۲۰ ثانیه	۱۰ ثانیه
۲	فشار تزریق	۳۰ درصد	۲۰ درصد
۳	سرعت تزریق	۸۰ درصد	٦۰ درصد
٤	دمای هیتر	۲۳۰ C^o	۲۱۰ C^o

۴- انتخاب متغیر پاسخ

پس از بررسی خصوصیات اصلی محصول، نیازهای مشتری و طراحی صورت گرفته و با توجه به تعریف مسئله، سطوح پاسخ به صورت زیر بیان می‌شوند:

- اندازه قطر داخلی (Y۱)
- اندازه قطر خارجی (Y۲)
- میزان مکش (Y۳)

۵- انتخاب طرح آزمایش

بهینه‌سازی مسئله با چند سطح پاسخ در طرح‌های پایدار برای تعیین مشخصه‌های بهینه فرایند در یک منطقه رضایت‌بخش و کاهش واریانس متغیرهای پاسخ به کار می‌رود. در بیشتر مسائل مربوط به RSM از چندجمله‌ای‌ها و توابع خطی برای برازش مدل استفاده می‌شود. اگر پاسخ به خوبی به وسیله یک تابع خطی از متغیرهای مستقل مدل شده باشد، آن گاه تابع تقریب‌کننده مدل، مدل مرتبه اول است. اگر در سیستم خمیدگی وجود داشته باشد، آن گاه باید از چند جمله‌ای‌های درجه بالاتر مانند مدل مرتبه دوم استفاده کرد که در آن‌ها B_{ij} نشان‌دهنده اثرهای مرتبه دوم محض کوادراتیک است. در این مقاله نیز به دلیل وجود خمیدگی از مدل درجه دوم استفاده شده است که شکل کلی آن به صورت رابطه شماره ۱ می‌باشد [۱۳، ص ۳۹۲-۳۸۳]:

$$\hat{Y}_K = \beta_{۰} + \sum_{i=۱}^{٤}\beta_i X_i + \sum_{i=۱}^{٤}\beta_{ii}X_{ii}^{۲} + \underbrace{\sum_{i=۱}^{٤}\sum_{j=۱}^{٤}\beta_{ij}X_iX_j}_{i\neq j} \qquad (۱)$$

در رابطه بالا $\hat{Y}_K$ متغیر پاسخ به ازای ٤, ۳, ۲, ۱=K، $\beta_{۰}, \beta_i, \beta_j, \beta_{ii}$ ضـرایب و X_i بـه ازای ٤, ۳, ۲, ۱=i عامل‌های مؤثر بر فرایند می‌باشند که هر یک با استفاده از رابطه شـماره ۲ به صورت کد شده در می‌آیند [١٤].

$$X_i = \frac{X_i - [\max(X_i) + \min(X_i)]/۲}{[\max(X_i) - \min(X_i)]/۲} \qquad (۲)$$

در این مقاله ٤ عامل بررسی شده است، به همین دلیل بخش عاملی شامل $n_f = ۲^{٤} = ۱٦$ نقطه می‌باشد و مقدار α برای دوران پذیری طـرح $\alpha = (۱٦)^{۱/٤} = ۲$ خواهـد بـود [۱٥]. در ایـن مقاله تعداد نقاط مرکزی ٦ نقطه انتخاب شده و در جـدول ۲ حـدود سـطوح هـر عامـل، نقـاط مرکزی و محوری مشخص شده است.

۶- انجام آزمایش

گام مهم بعدی در انجام تحقیق انتخاب طرح‌هایی است که براساس آن باید آزمایش انجام داد. در آزمایش‌های مشتمل بر چندین عامل که در آن‌ها مطالعه توأم عوامل بر پاسخ ضروری است، طرح‌های عاملی به صورت وسیعی کاربرد دارند.

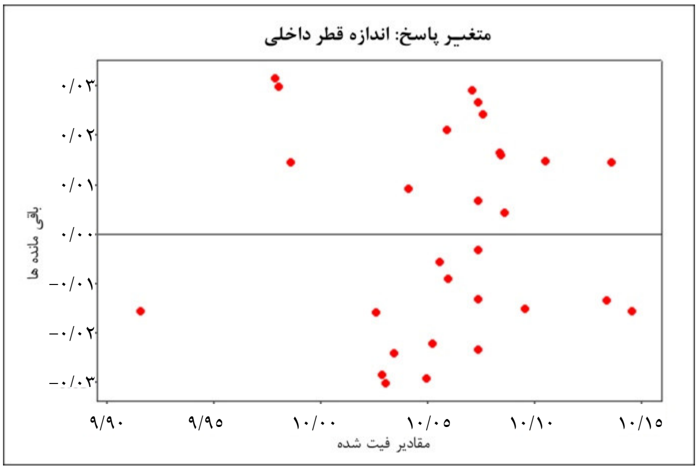
در این مطالعه موردی از طرح‌های ۲^K استفاده شده است (K عامل هریک تنها در دو سطح وجود دارند) سطوح عوامل می‌توانند دلخواه باشند که ما آن‌ها را بالا و پایین می‌نامیم. از مزایای این طرح‌ها هزینه و زمان کمتر نسبت به سایر طرح‌های آزمایش است که هر عامل فقط در دو سطح بررسی می‌شود [١٦]. با توجه به موارد مورد اشاره در بالا، طرح عاملی 2^4 برای انجام آزمایش مناسب است. باید توجه داشت که یکی از مهم‌ترین پیش‌نیازهای بخش تجزیه و تحلیل آماری، انجام آزمایش به‌صورت تصادفی است. به این منظور طرح آزمایش‌ها نخست به صورت جدول‌های ۳ −۵ ثبت کرده و سپس با تولید عددهای کاملا تصادفی بین اعداد ۱ تا ۳۰ اقدام به تعیین توالی کاملا تصادفی از انجام آزمایشات مد نظر می‌نماییم. در اینجا بیان این نکته الزامی است که تنها به دلیل نیاز به فضای زیاد در جدول آزمایشات جدول به دو قسمت تقسیم شده است که در جدول‌های ۳ و ٤ متغیرهای پاسخ کمی که چهار بار تکرار شده‌اند و در جدول ۵ متغیر کیفی که آن نیز چهار بار تکرار شده و در هر مرتبه نظر ۳ کارشناس (کارشناس کنترل کیفیت تولیدکننده، کارشناس کنترل کیفیت مشتری و کارشناس طراحی تولیدکننده) دریافت شده است. مقادیر کلامی در ۷ طبقه مورد استفاده می‌باشند که در جدول شماره ٦ نشان داده شده‌اند. در ادامه نخست به ارائه مدل متغیرهای پاسخ کمی پرداخته و پس از آن به بررسی متغیر پاسخ کیفی در جدول ٦ خواهیم پرداخت.

۶-۱- بررسی واریانس خطاها

شکل ۱ نشان‌دهنده این امر در خصوص نمونه اول متغیر پاسخ ۱ Y- که به صورت نمونه رسم شده- است که به‌وسیله نرم‌افزار مینی تب١٦[11] تهیه شده‌اند.

جدول ۲ سطوح کد شده عوامل مؤثر

شرح عامل	نماد	$+\alpha$	۱	۰	۱-	$-\alpha$
زمان خنک‌کاری	X_1	۲۵	۲۰	۱۵	۱۰	۵
فشار تزریق	X_2	۳۵	۳۰	۲۵	۲۰	۱۵
سرعت تزریق	X_3	۹۰	۸۰	۷۰	٦۰	۵۰
دمای هیتر	X_4	۲۳۰	۲۲۵	۲۲۰	۲۱۵	۲۱۰



شکل ۱ نمودار پراکندگی خطای مشاهده شده در مقابل مقادیر نمونه اول متغیر پاسخ Y_1

جدول ۳ اطلاعات آزمایش و مقادیر مشاهده شده متغیر پاسخ Y_1

آزمایش	شماره اجرا	مقادیر عوامل به صورت کد شده				مقادیر متغیرهای پاسخ Y_1			
		X_1	X_2	X_3	X_4	Y_{11}	Y_{12}	Y_{13}	Y_{14}
۱	۱	-۱	-۱	-۱	-۱	۱۰/۰۱	۱۰/۰۰	۱۰/۰۲	۱۰/۰۱
۲	۱۸	۱	-۱	-۱	-۱	۱۰/۱٥	۱۰/۰۹	۱۰/۱۰	۱۰/۰۰
۳	۱۹	-۱	۱	-۱	-۱	۹/۹۰	۹/۸۷	۹/۹۱	۹/۹۷
٤	۲۹	-۱	-۱	۱	-۱	۱۰/۰٥	۱۰/۰۹	۱۰/۰۹	۱۰/۰۸
٥	۱۱	-۱	-۱	-۱	۱	۱۰/۰۸	۱۰/۱۰	۱۰/۱۰	۱۰/۰۸
٦	۲۲	۱	۱	-۱	-۱	۱۰/۱۲	۱۰/۰۸	۱۰/۰۹	۱۰/۰۸
۷	۲۰	۱	-۱	۱	-۱	۱۰/۰۸	۱۰/۰۹	۱۰/۰۱	۱۰/۰۷
۸	۲۷	۱	-۱	-۱	۱	۱۰/۰۰	۱۰/۱۰	۱۰/۱۰	۱۰/۰۹
۹	۱٦	-۱	۱	۱	-۱	۱۰/۰۱	۱۰/۰۰	۱۰/۰۱	۱۰/۰۲
۱۰	۸	-۱	۱	-۱	۱	۱۰/۱۰	۱۰/۰۸	۱۰/۰۱	۱۰/۰۷
۱۱	۲۳	-۱	-۱	۱	۱	۱۰/۱۲	۱۰/۱۰	۱۰/۱۰	۱۰/۰۹
۱۲	۲۱	۱	۱	۱	-۱	۱۰/۰۳	۱۰/۱۰	۱۰/۰۸	۱۰/۱۰
۱۳	۹	۱	۱	-۱	۱	۱۰/۰۹	۱۰/۱۱	۱۰/۱۰	۱۰/۰۸
١٤	۱۳	۱	-۱	۱	۱	۱۰/۰۰	۱۰/۰۱	۹/۹۸	۱۰/۰۱

ادامه **جدول ۳**

آزمایش	شماره اجرا	مقادیر عوامل به صورت کد شده				مقادیر متغیرهای پاسخ Y_1			
		X_1	X_2	X_3	X_4	Y_{11}	Y_{12}	Y_{13}	Y_{14}
۱۵	۷	−۱	۱	۱	۱	۱۰/۱۳	۱۰/۰۹	۱۰/۱۰	۱۰/۰۹
۱٦	۱٤	۱	۱	۱	۱	۱۰/۰۰	۱۰/۰۸	۱۰/۰۳	۱۰/۰۸
۱۷	٤	۰	۰	۰	۰	۱۰/۰۸	۱۰/۰٦	۱۰/۰۸	۱۰/۰٥
۱۸	۲٤	۰	۰	۰	۰	۱۰/۱۰	۱۰/۰۹	۱۰/۰۲	۱۰/۱۰
۱۹	۱٥	۰	۰	۰	۰	۱۰/۰٦	۱۰/۰٥	۱۰/۰۸	۱۰/۰۳
۲۰	۲٥	۰	۰	۰	۰	۱۰/۰۷	۱۰/۰٦	۱۰/۰۳	۱۰/۰۷
۲۱	۱۲	۰	۰	۰	۰	۱۰/۰٥	۱۰/۰٤	۱۰/۰٤	۱۰/۰۳
۲۲	٦	۰	۰	۰	۰	۱۰/۰۸	۱۰/۱۰	۱۰/۰۸	۱۰/۰۸
۲۳	٥	-α	۰	۰	۰	۱۰/۰۱	۱۰/۰۰	۱۰/۰٤	۱۰/۰۱
۲٤	۲٦	α	۰	۰	۰	۱۰/۱۰	۱۰/۰۹	۱۰/۱۰	۱۰/۰۸
۲٥	۲	۰	-α	۰	۰	۱۰/۰٥	۱۰/۱۰	۱۰/۰٥	۱۰/۱۰
۲٦	۲۸	۰	α	۰	۰	۱۰/۰٥	۱۰/۰٥	۱۰/۰۳	۱۰/۰٦
۲۷	۱۰	۰	۰	-α	۰	۱۰/۰۲	۱۰/۰۱	۱۰/۰۹	۱۰/۰۰
۲۸	۱۷	۰	۰	α	۰	۱۰/۱۰	۱۰/۱۱	۱۰/۰۰	۱۰/۱۲
۲۹	۳۰	۰	۰	۰	-α	۱۰/۰۱	۱۰/۰۰	۱۰/۰٥	۱۰/۰۱
۳۰	۳	۰	۰	۰	α	۱۰/۱۰	۱۰/۱۱	۱۰/۰٦	۱۰/۱۰

جدول ۴ اطلاعات آزمایش و مقادیر مشاهده شده متغیر پاسخ Y۲

آزمایش	شماره اجرا	مقادیر عوامل به صورت کد شده				مقادیر متغیرهای پاسخ Y_2			
		X_1	X_2	X_3	X_4	Y_{21}	Y_{22}	Y_{23}	Y_{24}
۱	۱	−۱	−۱	−۱	−۱	۲٥/۹۱	۲٥/۹۰	۲٥/۹۱	۲٥/۹۱
۲	۱۸	۱	−۱	−۱	−۱	۲٥/۹۲	۲٥/۹۰	۲٥/۹۱	۲٥/۹۲
۳	۱۹	−۱	۱	−۱	−۱	۲٥/۹۰	۲٦/۰۰	۲٥/۹٥	۲٥/۹

ادامه **جدول ۴**

آزمایش	شماره اجرا	مقادیر عوامل به صورت کد شده				مقادیر متغیرهای پاسخ $Y_۲$			
		$X_۱$	$X_۲$	$X_۳$	$X_۴$	$Y_{۲۱}$	$Y_{۲۲}$	$Y_{۲۳}$	$Y_{۲۴}$
٤	۲۹	−۱	−۱	۱	−۱	۲٥/۸۸	۲٥/۹۱	۲٥/۹۰	۲٥/۸۸
٥	۱۱	−۱	−۱	−۱	۱	۲٦/۰۸	۲٦/۰٦	۲٦/۰۷	۲٦/۰۸
٦	۲۲	۱	۱	−۱	−۱	۲٥/۹٤	۲٥/۹۸	۲٥/۹٦	۲٥/۹٤
۷	۲۰	۱	−۱	۱	−۱	۲٥/۹۳	۲٥/۹۱	۲٥/۹۲	۲٥/۹۳
۸	۲۷	۱	−۱	−۱	۱	۲٦/۰٦	۲٦/۰٥	۲٦/۰٦	۲٦/۰٦
۹	۱٦	−۱	۱	۱	−۱	۲٥/۸۹	۲٦/۰۰	۲٥/۹٥	۲٥/۸۹
۱۰	۸	−۱	۱	−۱	۱	۲٦/۰۹	۲٦/۰٦	۲٦/۰۸	۲٦/۰٥
۱۱	۲۳	−۱	−۱	۱	۱	۲٥/۸۹	۲٥/۹٤	۲٥/۹۲	۲٥/۸۹
۱۲	۲۱	۱	۱	۱	−۱	۲٥/۹٤	۲٦/۰۰	۲٥/۹۷	۲٥/۹٤
۱۳	۹	۱	۱	−۱	۱	۲٥/۹۷	۲٦/۰۰	۲٥/۹۹	۲٥/۹۷
۱٤	۱۳	۱	−۱	۱	۱	۲٥/۹٥	۲٥/۹۰	۲٥/۹۳	۲٥/۹٥
۱٥	۷	−۱	۱	۱	۱	۲٥/۹۰	۲٥/۹٤	۲٥/۹۲	۲٥/۹
۱٦	۱٤	۱	۱	۱	۱	۲٥/۹۸	۲٥/۹۰	۲٥/۹٤	۲٥/۹۱
۱۷	٤	۰	۰	۰	۰	۲٥/۹۹	۲٥/۹۷	۲٥/۹۸	۲٥/۹۹
۱۸	۲٤	۰	۰	۰	۰	۲٥/۹٤	۲٦/۰۰	۲٥/۹۷	۲٥/۹٤
۱۹	۱٥	۰	۰	۰	۰	۲٥/۹۳	۲٦/۰۰	۲٥/۹۷	۲٥/۹۳
۲۰	۲٥	۰	۰	۰	۰	۲٥/۹۱	۲٥/۹٦	۲٥/۹٤	۲٥/۹۱
۲۱	۱۲	۰	۰	۰	۰	۲٥/۹٥	۲٥/۹۱	۲٥/۹۳	۲٥/۹٥
۲۲	٦	۰	۰	۰	۰	۲٥/۹٤	۲٥/۹۷	۲٥/۹٦	۲٥/۹٤
۲۳	٥	$-\alpha$	۰	۰	۰	۲٥/۹۳	۲٦/۰۰	۲٥/۹۷	۲٥/۹۳
۲٤	۲٦	α	۰	۰	۰	۲٥/۹٦	۲٥/۹٥	۲٥/۹٦	۲٥/۹٦
۲٥	۲	۰	$-\alpha$	۰	۰	۲٥/۹٤	۲٥/۹٤	۲٥/۹٤	۲٥/۸۸
۲٦	۲۸	۰	α	۰	۰	۲٥/۹۷	۲٦/۰۰	۲٥/۹۹	۲٥/۹۷
۲۷	۱۰	۰	۰	$-\alpha$	۰	۲٥/۹٥	۲٦/۰۰	۲٥/۹۸	۲٥/۹٥
۲۸	۱۷	۰	۰	α	۰	۲٥/۹۰	۲٥/۹٤	۲٥/۹۲	۲٥/۹
۲۹	۳۰	۰	۰	۰	$-\alpha$	۲٥/۸۸	۲٦/۰۰	۲٥/۹٤	۲٥/۸۸
۳۰	۳	۰	۰	۰	α	۲٥/۹۹	۲٥/۹۷	۲٥/۹۸	۲٥/۹۹

جدول ۵ اطلاعات آزمایش و مقادیر فازی مشاهده شده متغیر پاسخ Y۳ براساس نظر کارشناسان

شماره آزمایش	شماره اجرا	مقادیر عوامل کد شده				نمونه اول			نمونه دوم			نمونه سوم			نمونه چهارم		
		X_1	X_2	X_3	X_4	فرد سوم	فرد دوم	فرد اول	فرد سوم	فرد دوم	فرد اول	فرد سوم	فرد دوم	فرد اول	فرد سوم	فرد دوم	فرد اول
۱	۱	−۱	−۱	−۱	−۱	VL	L	VL	L	L	H	VL	VL	VL	DL	VL	VL
۲	۱۸	۱	−۱	−۱	−۱	VL	L	VL	M	L	L	L	M	L	DH	DH	DH
۳	۱۹	−۱	۱	−۱	−۱	VL	VL	VL	M	L	L	VL	M	M	L	L	L
٤	۲۹	−۱	−۱	۱	−۱	L	L	VL	H	M	H	VL	M	M	L	M	M
٥	۱۱	−۱	−۱	−۱	۱	H	H	M	M	M	M	M	L	M	M	L	M
٦	۲۲	۱	۱	−۱	−۱	VL	VL	VL	VL	L	VL	L	H	M	DH	DH	DH
۷	۲۰	۱	−۱	۱	−۱	L	M	VL	H	H	H	VL	M	M	DH	DH	DH
۸	۲۷	۱	−۱	−۱	۱	L	H	H	L	L	L	M	M	L	DH	DH	DH
۹	۱٦	−۱	۱	۱	−۱	H	M	VL	VH	H	H	M	H	L	VL	H	H
۱۰	۸	−۱	۱	−۱	۱	H	VH	VH	M	M	M	M	H	M	H	VL	H
۱۱	۲۳	−۱	−۱	۱	۱	H	H	H	H	H	M	L	M	H	H	H	H
۱۲	۲۱	۱	۱	۱	−۱	L	M	M	M	M	M	H	L	M	DH	DH	DH
۱۳	۹	۱	۱	−۱	۱	H	DH	H	M	L	VL	M	DH	H	DH	DH	DH
۱٤	۱۳	۱	−۱	۱	۱	H	VH	M	VH	H	VH	VL	M	VL	H	VH	VH
۱٥	۷	−۱	۱	۱	۱	H	DH	H	DH	VH	VH	H	VH	VH	H	H	VH
۱٦	۱٤	۱	۱	۱	۱	VH	VH	H	DH	H	DH	H	H	H	DH	VH	DH
۱۷	٤	۰	۰	۰	۰	H	H	L	H	M	L	VL	M	VL	H	M	H
۱۸	۲٤	۰	۰	۰	۰	M	H	M	H	L	L	M	H	M	H	M	H
۱۹	۱٥	۰	۰	۰	۰	L	M	VL	H	M	H	VL	M	DL	VH	L	L
۲۰	۲٥	۰	۰	۰	۰	H	M	VL	H	H	H	VL	H	VL	H	H	VH
۲۱	۱۲	۰	۰	۰	۰	M	H	M	L	L	M	VL	M	M	VH	M	M
۲۲	٦	۰	۰	۰	۰	M	H	M	M	M	L	M	M	H	H	M	H
۲۳	٥	-α	۰	۰	۰	H	H	L	M	VH	L	VL	H	M	VL	VL	L
۲٤	۲٦	α	۰	۰	۰	VL	M	VL	M	L	M	VL	M	VL	DH	DH	DH

ادامه **جدول ۵**

شماره آزمایش	شماره اجرا	مقادیر عوامل کد شده				نمونه اول			نمونه دوم			نمونه سوم			نمونه چهارم		
		X_1	X_2	X_3	X_4	فرد سوم	فرد دوم	فرد اول	فرد سوم	فرد دوم	فرد اول	فرد سوم	فرد دوم	فرد اول	فرد سوم	فرد دوم	فرد اول
۲۵	۲	۰	$-\alpha$	۰	۰	L	H	L	H	H	M	VL	M	VL	H	H	DH
۲۶	۲۸	۰	α	۰	۰	H	L	L	M	L	M	H	VH	VH	M	H	H
۲۷	۱۰	۰	۰	$-\alpha$	۰	VL	L	VL	M	VL	M	VL	M	M	H	M	H
۲۸	۱۷	۰	۰	α	۰	M	M	L	DH	H	DH	VL	M	M	H	H	H
۲۹	۳۰	۰	۰	۰	$-\alpha$	DL	VL	DL	H	M	M	VL	VL	VL	H	H	H
۳۰	۳	۰	۰	۰	α	H	VH	H	H	H	M	M	H	H	M	M	H

جدول ۶ مجموعه فازی مقادیر کلامی

مثلثی			اختصار	شرح مقادیر کلامی
پایین	میانه	بالا		
۸/۲	۱۰	۱۰	DH	بسیار زیاد
٦/٦	۸/۲	۱۰	VH	خیلی زیاد
٦	٦/٦	۸/۲	H	زیاد
۳/٤	۵	٦/٦	M	متوسط
۱/۸	۳/٤	۵	L	کم
۰	۱/۸	۳/٤	VL	خیلی کم
۰	۰	۱/۸	DL	ناچیز

۶-۲- بررسی مستقل بودن

با استفاده از نرم‌افزار مینی تب١٦ ضریب همبستگی متغیرها بررسی شد. به این ترتیب نتایج ارائه شده در جدول ۷ نشان‌دهنده مستقل بودن ٤ متغیر می‌باشد.

جدول ۷ ضریب همبستگی متغیرها

ضریب همبستگی	X_1	X_2	X_3	X_4
$X_{۱}$	۱	۰	۰	۰
$X_{۲}$	۰	۱	۰	۰
$X_{۳}$	۰	۰	۱	۰
$X_{۳}$	۰	۰	۰	۱

۶-۳- بررسی کفایت مدل (نرمال بودن)

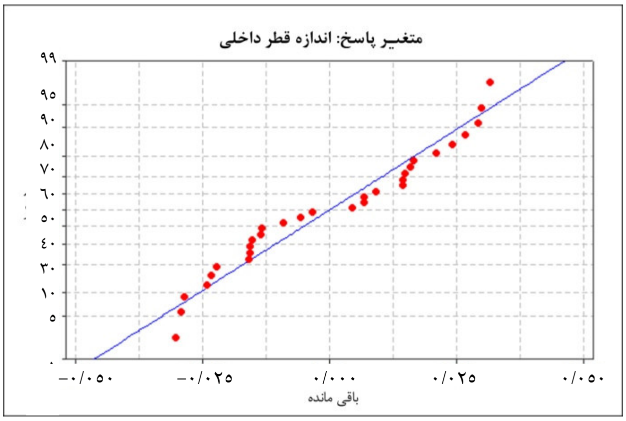
با توجه به شکل ۲ که به عنوان نمونه به‌وسیله نرم‌افزار مینی تب۱۶ در خصـوص نمونـه اول متغیر پاسخ Y۱ ایجاد شده، می‌توان کفایت مدل را مورد تأیید قرار داد.

۶-۴- بررسی خمیدگی مدل

چنانچه مدل دارای خمیدگی باشد، فرض صفر مورد اشاره در رابطه شماره ۳رد مـی‌شـود و در غیر این صورت مدل بدون مقادیر درجه ۲ دارای اعتبار است [۱۷].

$$H_{۰}: E[y] = b_{۰} + b_{۱}X \qquad (۳)$$

$$H_A: E[y] \neq b_{۰} + b_{۱}X$$



شکل ۲ نمودار احتمال نرمال مانده‌ها برای نمونه اول متغیر پاسخ Y۱

آزمون‌های مذکور در نرم‌افزار SAS با استفاده از دستور "لکفیت[۱۲]" انجام شده و نتیجه این آزمون در نرم‌افزار SAS۹.۲ و در جدول ۸ در خصوص نمونه اول متغیر پاسخ Y ۱ به عنوان نمونه ارائه شده است. با توجه به مقدار فرض شده برای α و مقادیر P-VALUE استخراج شده جهت آزمون عدم تناسب[۱۳] می‌توان نتیجه گرفت که هیچ یک از متغیرهای پاسخ دارای خمیدگی نمی‌باشند (α=۰.۱). البته در صورتی که رابطه شماره ٤ برقرار باشد، نیز فرض صفر رد شده و نشانه آن است که مدل دارای خمیدگی است [۱۷].

$$F^{*} = \left(\frac{MS_{LF}}{MS_{PE}}\right) > F_{\alpha(c-۲;n-c)} \qquad (٤)$$

جدول ۸ نتیجه بررسی وجود خمیدگی در مدل برای نمونه اول متغیر پاسخ اندازه قطر داخلی ($Y_۱$)

منبع	درجه آزادی	مجموع خطا	میانگین خطا	ارزش F	Pr > F
مدل	۱۰	۰/۰٦٦۷٥	۰/۰۰٦٦	۹/٥٦	<۰/۰۰۰۱
خطا	۱۹	۰/۰۱۳۲٦	۰/۰۰۰٦		
میزان آزمون	۱٤	۰/۰۱۱۷۳	۰/۰۰۰۸	۲/۷۳	۰/۱۳٦٦
خطای خالص	٥	۰/۰۰۱٥۳	۰/۰۰۰۳		
خطای کل	۲۹	۰/۰۸۰۰۲			

۶-۵- تجزیه و تحلیل آماری

در جدول ۹ به عنوان نمونه، نتایج آزمون‌های فرض مربوط به آثار اصلی و متقابل را با مدنظر قراردادن α=۰/۱ در خصوص نمونه اول متغیر پاسخ $Y_۱$ مورد بررسی قرار می‌دهیم و آثار معنادار را تعیین می‌کنیم.

جدول ۹ تحلیل رگرسیون برای نمونه اول اندازه قطر داخلی (Y۱)

متغیر	درجه آزادی	ضریب	انحراف معیار	ارزش t	Pr > |t|
عرض از مبدأ	۱	۱۰/۰۵۸۳۳	۰/۰۰٤۸۲	۲۰۸۵/۲۱	*۰/۰۰۰۱>
X۱	۱	۰/۰۱۰٤۲	۰/۰۰۵۳۹	۱/۹۳	*۰/۰٦۸۵
X۲	۱	−۰/۰۰٤۵۸	۰/۰۰۵۳۹	−۰/۸۵	۰/٤۰٦۰
X۳	۱	۰/۰۰۵٤۲	۰/۰۰۵۳۹	۱/۰۰	۰/۳۲۷۸
X٤	۱	۰/۰۱٤۵۸	۰/۰۰۵۳۹	۲/۷۰	*۰/۰۱٤۱
X۱*X۲	۱	۰/۰۰۸۱۳	۰/۰۰٦٦۱	۱/۲۳	۰/۲۳۳۷
X۱*X۳	۱	−۰/۰۲۹۳۸	۰/۰۰٦٦۱	−٤/٤۵	*۰/۰۰۰۳
X۱*X٤	۱	−۰/۰٤٦۸۷	۰/۰۰٦٦۱	−۷/۱۰	*۰/۰۰۰۱>
X۲*X۳	۱	−۰/۰۰۳۱۲	۰/۰۰٦٦۱	−۰/٤۷	۰/٦٤۱۵
X۲*X٤	۱	۰/۰۲۱۸۸	۰/۰۰٦٦۱	۳/۳۱	*۰/۰۰۳۷
X۳*X٤	۱	−۰/۰۰۰٦	۰/۰۰٦٦۱	−۰/۰۹	۰/۹۲۵٦

(* : معنادار در سطح α=۰/۱)

۶-۶- مدل رگرسیون متغیرهای پاسخ Y۱ و Y۲

مدل‌های رگرسیون با توجه به آنالیزهای انجام شده در بالا جهت هریک از متغیرهـای پاسـخ به شرح زیر می‌باشد، لازم به ذکر است که انجام تمامی مراحـل ٦-۱، ٦-۳، ٦-٤ و ٦-۵ بـرای تمام نمونه‌های هر دو متغیر پاسخ کمی الزامی است.

$$Y_{11} = (10.058) + (0.010)X_1 + (0.015)X_4 - (0.029)X_1X_3 - (0.047)X_1X_4 + (0.022)X_2X_4$$

$$Y_{12} = (10.062) + (0.021)X_1 - (0.011)X_2 + (0.014)X_3 + (0.024)X_4 + (0.021)X_1X_2 - (0.021)X_1X_3 + (0.029)X_1X_4$$
$$+(0.17)X_2X_4 - (0.022)X_3X_4$$

$$Y_{13} = (10.053) + (0.011)X_1 - (0.009)X_2 - (0.009)X_3 + (0.01)X_4 + (0.024)X_1X_2 - (0.034)X_1X_3 - (0.022)X_1X_4$$
$$+(0.016)X_2X_3 - (0.011)X_3X_4$$

$$Y_{14} = (10.059) + (0.01)X_1 + (0.017)X_3 + (0.018)X_4 + (0.0175)X_1X_2 - (0.015)X_1X_3 - (0.016)X_3X_4$$

$$Y_{21} = (25.947) - (0.025)X_3 + (0.035)X_4 + (0.021)X_1X_3 - (0.028)X_3X_4$$

$$Y_{22} = (25.969) - (0.011)X_1 + (0.018)X_2 - (0.024)X_3 - (0.026)X_2X_4 - (0.033)X_3X_4$$

$$Y_{23} = (25.96) + (0.01)X_2 - (0.025)X_3 + (0.022)X_4 + (0.01)X_1X_3 - (0.015)X_2X_4 - (0.031)X_3X_4$$

$$Y_{24} = (25.942) - (0.026)X_3 + (0.03)X_4 + (0.014)X_1X_3 - (0.03)X_3X_4$$

۶-۷- ایجاد مدل رگرسیون متغیر پاسخ Y۳

در این مقاله متغیر پاسخ میزان مکش (Y۳)، به صورت متغیر زبانی و براساس جدول ٦ به‌وسیله متخصصان بیان می‌شود. اگر نظر فازی هر سه خبره را به صورت اعداد فازی مثلثی $(a_k\ b_k\ c_k)$ در نظر بگیریم، جمع این اعداد فازی با استفاده از رابطه ٥ به دست خواهد آمد [۱۸، ص ۳۰۱-۲۸۹].

$$R = (a\ b\ c)\ ;\ \ n = ۲, ۲, ۱, \ldots, k$$

$$a = \min\{a_n\} \quad ; \quad b = \frac{۱}{k}\sum_{n=۱}^{k} b_n \quad ; \quad c = \max\{c_n\} \tag{٥}$$

حال با استفاده از رابطه (٥)، برای هریک از تکرارهای انجام شده برای متغیر پاسخ کیفی، یک معادله رگرسیون فازی خواهیم داشت، برای استفاده همزمان از این مدل‌ها و مدل‌های ناشی از متغیرهای پاسخ کمی (Y۱ و Y۲) باید مدل‌های فازی از حالت فازی با استفاده از رابطه (٦) خارج شوند و برای هریک از تکرارها یک مدل همانند متغیرهای Y۱ و Y۲ ایجاد شود:

$$C_j = \frac{C_j^p + 4C_j^m + C_j^o}{٦} \tag{٦}$$

براساس آنچه پیشتر بیان شد، متغیرهای بیانی عنوان شده به‌وسیله سه خبره را با استفاده از رابطه (٥) و جدول ٥ تبدیل به اعداد فازی مثلثی نموده و جهت ایجاد مدل رگرسیون فازی بهره می‌بریم.

۶-۷-۱- مدل‌های رگرسیون متغیر پاسخ Y۳

حال برای هریک از نمونه‌های موجود جهت متغیر پاسخ، مدل رگرسیون فازی ارائه کرده و سپس با استفاده از رابطه (٦) مدل‌های فازی را به چهار مدل قطعی تبدیل می‌کنیم. مدل‌های رگرسیون متغیر پاسخ Y۳ با استفاده از اطلاعات به دست آمده و با استفاده از روش رگرسیون خطی فازی با کاربرد براورد کننده‌های کمترین انحراف مطلق به صورت زیر خواهند بود:

$$Y_{۳۱} = (٤.٥٦٧; ٦.٧٢٧; ٨.٥٦) + (١.٤٠٨; ٢.٣; ٢.٥٣٣)X_{١} + (٠; ٠; ٠.٤٠٨)X_{٣} + (٠; ٠; ٠.٤٠٨)X_{٤} + (-٠.٨٧٥; -٠.٧٥; -٠.٦١٢)X_{١}X_{٣}$$
$$+(-٠.٨٧٥; -٠.٧٥; -٠.٦١٢)X_{١}X_{٤}$$

$$Y_{۳۲} = (۱.۶۷۳;۴.۴۵۰;۷.۳۱۳) + (۰.۹۶۷;۱.۰۴۵;۱.۳۱۷)X_{۲} + (۰.۸۱۷;۰.۸۳۷;۱.۱)X_{۴} + (-۰.۶۲۵;-۰.۵۰۶;۰)X_{۱}X_{۳}$$
$$+(۰;۰;۰.۷۷۵)X_{۲}X_{۴}$$
$$Y_{۳۳} = (۳.۱;۵.۴۴۳;۷.۷۶) + (-۰.۵۵۰;-۰.۳۰۴;۰)X_{۱} + (۱.۱۱۷;۱.۴۵۴;۱.۶۱۷)X_{۳} + (۰;۰;۰.۴۲۱)X_{۴} + (۰;۰;۰.۵۵)X_{۱}X_{۳}$$
$$+(۰;۰;۰.۴۲۵)X_{۱}X_{۴} + (۰;۰.۴;۰.۴۱۹)X_{۲}X_{۴} + (۰;۰;۰.۴۲۵)X_{۳}X_{۴}$$
$$Y_{34} = (2.187; 4.677; 7.387) + (0; 0.346; 0.467)X_{2} + (0; 0.520; 0.608)X_{3} + (1.858; 1.904; 2.033)X_{4} + (-0.487; 0; 0)X_{3}X_{4}$$

حال با استفاده از رابطه (۶) مدل‌های فازی بالا را به مدل‌های قطعی تبدیل می‌کنیم:

$$Y_{۳۱} = ۶.۶۷۲۵ + \left(۲.۱۹\right)X_{۱} + (۰.۰۶۸)X_{۳} + (۰.۰۶۸)X_{۴} - (۰.۷۴۸)X_{۱}X_{۳} - (۰.۷۴۸)X_{۱}X_{۴}$$
$$Y_{۳۲} = ۴.۴۶۴ + (۱.۰۷۷)X_{۲} + (۰.۸۷۷۵)X_{۴} - (۰.۴۴۱۵)X_{۱}X_{۳} + (۰.۱۲۹)X_{۲}X_{۴}$$
$$Y_{۳۳} = ۵.۴۳۹ - (۰.۲۹۴)X_{۱} + (۱.۴۲۵)X_{۳} + (۰.۰۷۱)X_{۴} + (۰.۰۹۲)X_{۱}X_{۳} + (۰.۰۷۱)X_{۱}X_{۴}$$
$$+(۰.۰۷)X_{۲}X_{۴} + (۰.۰۷۱)X_{۳}X_{۴}$$
$$Y_{۳۴} = ۴.۷۱۴ + (۰.۳۰۸۵)X_{۲} + (۰.۴۴۸)X_{۳} + (۱.۹۱۸)X_{۴} - (۰.۰۸۱)X_{۳}X_{۴}$$

۷- به دست آوردن جواب‌های بهینه

اینک با توجه به چهار مدل رگرسیون حاصل از طراحی آزمایش‌ها برای هریک از متغیرهای پاسخ، به دنبال آن هستیم که این ۱۲ مدل رگرسیون را با استفاده از برنامه‌ریزی فازی برای بهینه‌سازی چند سطح پاسخ در طرح‌های پایدار[۱۴] به صورت یک مدل ریاضی ارائه کنیم.

اما از آن جایی که در این نوع از مسائل به دنبال بهینه کردن مقادیر هریک از متغیرهای پاسخ می‌باشیم و در ضمن به دلیل ذات طرح‌های پایدار، مشخصه‌های بهینه یک فرایند در یک منطقه رضایتبخش به گونه‌ای تعیین می‌شوند که واریانس پاسخ‌ها کاهش پیدا کند [۱۰، ص ۱۷۳-۱۶۳]، برای حصول همزمان به این نتایج و جلوگیری از تأثیر بیش از اندازه یک هدف در سایرین، روش حلی براساس استفاده از ترکیب مدل ریاضی چندسطحی[۱۵] و رویکرد مدلسازی فازی برای بهینه‌سازی سیستم پاسخ دوگان[۶] ارائه می‌شود.

۷-۱- مدلسازی روش سطح پاسخ فازی

با استفاده از مدل ریاضی چند سطحی توابع هدف با در نظر گرفتن همزمان مینیمم‌سازی متغیر پاسخ کیفی و ماکزیمم‌سازی درجه رضایت و انحراف استاندارد تمام متغیرهای

پاسخ‌ها، ارائه خواهد شد.

گام ۱- بهینه‌سازی متغیرهای پاسخ برای هر مدل رگرسیون: مقادیر بهینه متغیرها را به تفکیک برای هر چهار مدل محاسبه می‌کنیم.

گام ۲- به دست آوردن رگرسیون سطح پاسخ فازی: انحراف استاندارد و میانگین ضرایب متغیرهای هر چهار مدل را محاسبه و سپس با مرکز قرار دادن میانگین، با افزایش و کاهش مقدار انحراف استاندارد به میانگین، ضرایب را به صورت عدد فازی مثلثی تبدیل نمایید. به‌عنوان مثال انحراف استاندارد ضریب β۰ در خصوص متغیر پاسخ Y۱ برابر است با ۰/۰۰۳۷٤۲، بنابراین داریم:

$$\tilde{Y}_{۱} = (۱۰.۰٥٤, ۱۰.۰٥۸, ۱۰.۰٦۲) + (۰.۰۰۸, ۰.۰۱۳, ۰.۰۱۸)X_{۱} + (-۰.۰۱۱, -۰.۰۰٥, ۰.۰۰۱)X_{۲} + (-۰.۰۰۷, ۰.۰۰٦, ۰.۰۱۸)X_{۳}$$
$$+(۰.۰۱۱, ۰.۰۱۷, ۰.۰۲۳)X_{٤} + (۰.۰۰٥, ۰.۰۱٦, ۰.۰۲٦)X_{۱}X_{۲} + (-۰.۰۳۳, -۰.۰۲٥, -۰.۰۱٦)X_{۱}X_{۳} + (-۰.۰۰٥, -۰.۰۰۲٥, ۰.۰٤٤)X_{۱}X_{٤}$$
$$+(-۰.۰۰٤, ۰.۰۰٤, ۰.۰۱۲)X_{۲}X_{۳} + (-۰.۰۰۸, ۰.۰۰۷, ۰.۰۲۲)X_{۲}X_{٤} + (-۰.۰۲۱, -۰.۰۱۰, ۰.۰۰۲)X_{۳}X_{٤}$$
$$\tilde{Y}_2 = (25.942, 25.955, 25.967) + (-0.008, -0.003, 0.003)X_1 + (-0.002, 0.007, 0.016)X_2 + (-0.026, -0.025, -0.024)X_3$$
$$+(0.006, 0.022, 0.037)X_4 + (0,0,0)X_1X_2 + (0.002, 0.011, 0.020)X_1X_3 + (0,0,0)X_1X_4$$
$$+(0,0,0)X_2X_3 + (-0.023, -0.010, 0.002)X_2X_4 + (-0.033, -0.031, -0.028)X_3X_4$$

گام ۳- فازی مثلثی کردن مقادیر بهینه متغیرهای حاصل از گام ۱ با روش گام ۲

گام ٤- حل مدل‌های فازی خروجی گام ۲ و استخراج مقادیر بهینه متغیرهای پاسخ به صورت فازی با استفاده از مقادیر گام ۳

گام ٥- ایجاد ماتریس بهره‌وری را برای متغیرهای پاسخ

	$\tilde{Y}_{۱}(X)$	$\tilde{Y}_{۲}(X)$
$\tilde{X}^{۱}$:	(۱۰/۰٦٥ ,۱۰/۰۰۲ ,۰/۹۹٥)	(۲٥/۹٥۳ ,۲٥/۹۳ ,۲٥/۹۳)
$\tilde{X}^{۲}$:	(۱۰/۱٦۸ ,۱۰/۰۸۳ ,۱۰/۰۱۷)	(۲٥/۹۸۲ ,۲٥/۹۷۳ ,۲٥/۹٥۸)

گام ٦- ایجاد ماتریس بهره‌وری برای مقادیر مطلوبیت متغیرهای پاسخ: متغیرهای پاسخ Y۱ و Y ۲ دارای منطقه مشخصه (۱۰.۱ و ۱۰) و (۲٦ و ۲٥.۹) می‌باشند و هدف مینیمم کردن Y۱ و ماکزیمم کردن Y ۲ است، با استفاده از تابع مطلوبیت ارائه شده توسط تاگوچی، توابع مطلوبیت به شرح مقادیر d ۱ وd۲ خواهند بود [۱۹، ص ۲۱۹-۲۱٤].

حال ماتریس بهره‌وری برای مقادیر مطلوبیت به شرح زیر خواهد بود:

	$\tilde{d}_{۱}(X)$	$\tilde{d}_{۲}(X)$
$\tilde{X}^{۱}$:	(۰/۷ ,۰/٤ ,۰)	(۰/۹٤ ,۰/٤ ,۰/٤)
$\tilde{X}^{۲}$:	(۰/۳٤ ,۰/۳٤ ,۰)	(۰/۸٤ ,۰/٥٤ ,۰/۳٦)

$\tilde{U}_{۱} = (۰,۰.٤,۰.۷)$ $\tilde{L}_{۱} = (۰,۰.۳٤,۰.۳٤)$

$\tilde{U}_{۲} = (۰.۳٦,۰.٥٤,۰.۸٤)$ $\tilde{L}_{۲} = (۰.۳٦,۰.٤,۰.۸٤)$

$$d_{۱} = \begin{cases} \left(\dfrac{\tilde{Y}_{۱} - ۱۰}{۱۰.۰٥ - ۱۰}\right)^{s} & ,۱۰ \leq \tilde{Y}_{۱} \leq ۱۰.۰٥, s \geq ۰ \\ \left(\dfrac{\tilde{Y}_{۱} - ۱۰.۱}{۱۰.۰٥ - ۱۰.۱}\right)^{r} & ,۱۰.۰٥ \leq \tilde{Y}_{۱} \leq ۱۰.۱, r \geq ۰ \\ ۰, else & \end{cases}$$

$$d_{۲} = \begin{cases} \left(\dfrac{\tilde{Y}_{۲} - ۲٥.۹}{۲۹.۹٥ - ۲٥.۹}\right)^{s} & ,۲٥.۹ \leq \tilde{Y}_{۲} \leq ۲٥.۹٥, s \geq ۰ \\ \left(\dfrac{\tilde{Y}_{۲} - ۲٦}{۲٥.۹٥ - ۲٦}\right)^{r} & ,۲٥.۹٥ \leq \tilde{Y}_{۲} \leq ۲٦, r \geq ۰ \\ ۰, else & \end{cases}$$

گام۷- تعریف تابع انحراف و ایجاد ماتریس بهره‌وری برای مقادیر انحراف

$$D_{۱} = (۰.۰۰٤) + (۰.۰۰٥)X_{۱} + (۰.۰۰٦)X_{۲} + (۰.۰۱۲)X_{۳} + (۰.۰۰٦)X_{٤} + (۰.۰۱۱)X_{۱}X_{۲} + (۰.۰۰۸)X_{۱}X_{۳} + (۰.۰۱۹)X_{۱}X_{٤} + (۰.۰۰۸)X_{۲}X_{۳} + (۰.۰۱٥)X_{۲}X_{٤} + (۰.۰۱۱)X_{۳}X_{٤}$$

$$D_{۲} = (۰.۰۱۲) + (۰.۰۰٦)X_{۱} + (۰.۰۰۹)X_{۲} + (۰.۰۰۱)X_{۳} + (۰.۰۱٥)X_{٤} + (۰.۰۰۰)X_{۱}X_{۲} + (۰.۰۰۹)X_{۱}X_{۳} + (۰.۰۰۰)X_{۱}X_{٤} + (۰.۰۰۰)X_{۲}X_{۳} + (۰.۰۱۳)X_{۲}X_{٤} + (۰.۰۰۲)X_{۳}X_{٤}$$

در این صورت ماتریس بهره‌وری برای مقادیر انحراف به شرح زیر خواهد بود:

	$D_{۱}(X)$	$D_{۲}(X)$
$\tilde{X}^{۱}$:	(۰/۰٦۸ ,۰/۰۳۸ ,۰/۰۱۲)	(-۰/۰۱۷ ,۰/۰۰۳۳ ,۰/۰۰۹)
$\tilde{X}^{۲}$:	(-۰/۱۰۷ ,۰/۰۳ ,۰/۰۳٥)	(-۰/۰٦٥ ,۰/۰۲۳ ,۰/۰۲۱)

$\tilde{P}_{۱}=(۰/۰۱۲,۰/۰۳۸,۰/۰۶۸)$ $\tilde{Q}_{۱}=(۰.۰۱۲,۰.۰۳۸,۰.۱۰۷)$

$\tilde{P}_{۲}=(-۰/۰۲۱,۰/۰۲۳,۰/۰۶۵)$ $\tilde{Q}_{۲}=(-۰.۰۰۹,۰.۰۲۳,۰.۰۶۵)$

گام ۸- تعریف مدل دو هدفه برای هر متغیر پاسخ و در انتها تبدیل هریک از آن‌ها به یک مدل تک هدفه

$$Max\left\{\tilde{d}_{۱}(X),\tilde{d}_{۲}(X)\right\}$$

$$Min\left\{D_{۱}(X),D_{۲}(X)\right\}$$

$$s.t:$$

$$X=\left\{\tilde{x}_{۱},\tilde{x}_{۲},\tilde{x}_{۳},\tilde{x}_{٤}\right\}\in[-۱,۱]$$

پس از تعریف توابع درجه رضایت از مطلوبیت و پایداری و ماکزیمم‌سازی هریک از توابع، با استفاده از عملگر $Max-Min$ زیمرمن، دو تابع هدف را به یک تابع تبدیل و با در نظر گرفتن متغیر پاسخ Y_3 به عنوان تابع هدف اصلی، مدل ریاضی چند سطحی نهایی به صورت زیر ارائه می‌شود. البته اشاره به این نکته الزامی است که مدل رگرسیون متغیر Y۳ با استفاده از چهار مدل ارائه شده در بند ٦-٧-١ و گام ۲ بند ٧-١ ایجاد میشود. توجه به این نکته الزامی است که با توجه به مشکلات به‌وجود آمده برای خروج قطعه از قالب، زمانی که متغیر (X۱) کمتر از ۱۵ ثانیه است، باید محدودیتی برای مرتفع کردن این امر به صورت کد شده در مدل اعمال نمود.

۷-۲- حل مدل چندسطحی در سه سطح فازی

در این مرحله، مدل ارائه شده در بند ٧-١ به‌وسیله الگوریتم ژنتیک چند هدفه حل شده و بهترین پاسخ به‌دست آمده از الگوریتم ژنتیک چند هدفه (NSGA II) که توسط تصمیم‌گیرندگان انتخاب شده، در جدول ۱۰ ارائه شده است.

جدول ۱۰ بهترین نتیجه حاصل از الگوریتم به‌صورت مقادیر کد شده

متغیر	مقدار پایین	مقدار میانه	مقدار بالا
$X_{۱}$	۰/۵۱۱۸	۰/۲۸۳۷	۰/٤۸۳۷
$X_{۲}$	۰/۷۷٦۷	−۰/۱۱۲۵	۰/۱۸۷۵
$X_{۳}$	−۰/۸۵٦٤	−۰/۸۵٦٤	−۰/٦۵٦٤
$X_{٤}$	−۰/٤۷۸۰	−۰/۲۳۵۲	۰/۱٦٤۸
$Y_{۳}$	−٤/۵۱۷۵	٤/۵۵۰۱	۵/۱۷٦٦

$$Min\left\{\tilde{Y}_{٣}\right\}$$

$$s.t:$$

$$\tilde{Y}_{٣}=(٤.٣٣٢,٥.٣٢٢,٦.٣١٣)+(-٠.٦٧٨,٠.٤٧٤,١.٦٢٦)X_{١}+(-٠.١٦٢,٠.٣٤٦,٠.٨٥٥)X_{٢}+(-٠.١٧٢,٠.٤٨٥,١.١٤٢)X_{٣}$$

$$+(-٠.١٤٣,٠.٧٣٤,١.٦١٠)X_{٤}+(٠,٠,٠)X_{١}X_{٢}+(-٠.٦٦٧,-٠.٢٧٤,٠.١١٨)X_{١}X_{٣}+(-٠.٥٥٧,-٠.١٦٩,٠.٢١٨)X_{١}X_{٤}$$

$$+(٠,٠,٠)X_{٢}X_{٣}+(-٠.٠١٣,٠.٠٥٠,٠.١١٢)X_{٢}X_{٤}+(-٠.٠٦٥,-٠.٠٠٣,٠.٠٦٠)X_{٣}X_{٤}$$

$$٠\leq X_{١}\leq ١$$

$$Max\left\{W_{١}*V_{١}^{l}+W_{٢}*V_{٢}^{l}\right\}$$

$$Max\left\{W_{١}*V_{١}^{m}+W_{٢}*V_{٢}^{m}\right\}$$

$$Max\left\{W_{١}*V_{١}^{u}+W_{٢}*V_{٢}^{u}\right\}$$

$$s.t:$$

$$d_{١}^{l}(X)-V_{١}^{l}(٠-٠)\geq ٠$$

$$d_{٢}^{l}(X)-V_{٢}^{l}(٠.٣٦-٠.٣٦)\geq ٠.٣٦$$

$$D_{١}^{l}(X)+V_{١}^{l}(٠.٠١٢-٠.٠١٢)\leq ٠.٠١٢$$

$$D_{٢}^{l}(X)+V_{٢}^{l}(-٠.٠٠٩-(-٠.٠٢١))\leq -٠.٠٠٩$$

$$d_{١}^{m}(X)-V_{١}^{m}(٠.٤-٠.٣٤)\geq ٠.٣٤$$

$$d_{٢}^{m}(X)-V_{٢}^{m}(٠.٥٤-٠.٤)\geq ٠.٤$$

$$D_{١}^{m}(X)+V_{١}^{m}(٠.٠٣٨-٠.٠٣٨)\leq ٠.٠٣٨$$

$$D_{٢}^{m}(X)+V_{٢}^{m}(٠.٠٢٣-٠.٠٢٣)\leq ٠.٠٢٣$$

$$d_{١}^{u}(X)-V_{١}^{u}(٠.٧-٠.٣٤)\geq ٠.٣٤$$

$$d_{٢}^{u}(X)-V_{٢}^{u}(٠.٨٤-٠.٨٤)\geq ٠.٨٤$$

$$D_{١}^{u}(X)+V_{١}^{u}(٠.١٠٧-٠.٠٦٨)\leq ٠.١٠٧$$

$$D_{٢}^{u}(X)+V_{٢}^{u}(٠.٠٦٥-٠.٠٦٥)\leq ٠.٠٦٥$$

$$٠\leq V_{١}^{l,m,u},V_{٢}^{l,m,u}\leq ١$$

$$W_{١}+W_{٢}=١$$

$$X=\left\{x_{١}^{l,m,u},x_{٢}^{l,m,u},x_{٣}^{l,m,u},x_{٤}^{l,m,u}\right\}\in\left[-١,١\right]$$

۸- نتیجه‌گیری

در این مقاله ضمن بررسی عوامل تأثیرگذار بر فرایند تزریق پلاستیک در فرایند قطعه مورد مطالعه، با استفاده از تلفیق روش‌شناسی رویه پاسخ دوگان فازی و مدل‌های ریاضی چندسطحی، مقادیر تنظیم هریک از عوامل جهت رسیدن به نقطه بهینه استخراج شد. همچنین تمام سطوح به همراه نقاط محوری، مرکزی و مبحث خمیدگی نیز در مدل‌های مذکور مورد بررسی قرار گرفت.

در این مقاله سعی شد ضمن بررسی فرایند به صورتی واقعی و با مد نظر قرار دادن چندین متغیر پاسخ و به صورت ترکیبی از متغیرهای کمی و کیفی در راستای حل یکی از مهم‌ترین دغدغه‌های مدیران در صنایع کشور که همانا بهینه کردن چندین متغیر پاسخ با انواع متفاوت و اهمیت به یکی از آن‌ها فارغ از اثر نظرات خبرگان بر وزن توابع هدف، گام برداشت. از این رو می‌توان با استفاده از رویکرد ارائه شده در این تحقیق، اهداف با مقاصد متناقض و با ترکیبی از متغیرهای کمی و کیفی را به صورت توأم بهینه کرد.

در خصوص مسائلی از این دست که در آن‌ها متغیر پاسخ به صورت کیفی و کمی مطرح می‌باشد، تعیین تابع مطلوبیت برای متغیرهای کیفی با استفاده از مفاهیم فازی جهت کاهش محاسبات و همچنین تحلیل آثار توابع هدف مختلف بر روی هم را می‌تواند به عنوان مطالعات آتی مد نظر قرار داد.

۹- پی‌نوشت‌ها

1. Dual
2. Design of Experiments
3. Response Surface Methodology
4. Kim
5. Lin
6. Dual Respond
7. Venter
8. Haftka
9. Choi
10. Fuzzy Regression Using Least Absolute Deviation Estimators
11. MINITAB 16
12. Lackfit

13. Lack of Fit
14. Robust Designs
15. Bilevel Programming

۱۰- منابع

[1] Montgomery D. C., Design and Analysis of Experiments; 6th Edition, John Wiley & Sons, 2006.

[2] Ryan T. P.; Modern Experimental Design; John Wiley & Sons, 2007.

[3] Nuorollsena R., Sultan Penah H.; "Offering a method for entracting D.M. function and using it for the multi-purpose optimization within the framework of RSM; *International Journal Engineering Science, Iran University of Science and Technology*, Vol. 15, No. 2, PP.221-233. 2003.

[4] Alizadeh M. Hamedi M. Khosroshahi A.; "Optimizing sensorial quality of Iranian white brine cheese using response surface methodology"; *Journal of Food Science*, Vol. 70, No.4, pp. 299-303, 2005.

[5] Amiri M., Yazdani M., Aioobi M., Ghoroori A.; "Application of response surface methodology for recognition of effective factors on electroplating process"; *Journal of Industrial Management Studies, Allameh Tabatabai University*, Vol. 8, No.21, PP. 131-142. 2012.

[6] Kim K.-J., Lin D. K. J.; "Dual response surface optimization: A fuzzy modeling approach"; *Journal of Quality Technology*, Vol. 30, PP.1-10, 1998.

[7] Venter G., Haftka R.T.; "Using response surface approximations in fuzzy set based design optimization"; *Structural Optimization*, Vol. 18, PP.218-227, 1999.

[8] Choi S.H., Buckley J.J.; "Fuzzy regression using least absolute deviation estimators"; *Soft Computing*, Vol. 12, No. 3, pp. 257-263, 2007.

[9] Kazemzadeh R. B., Bashiri M., Atkinson A., C., Noorossana R., "A general framework for multi response optimization problems based on goal programming"; *European Journal of Operational Research*, Vol. 189, PP.421-

429, 2008.

[10] Bashiri1 M., Hosseininezhad S. J.; "A fuzzy programming for optimizing multi response surface in robust designs"; *Journal of Uncertain Systems*, Vol. 3, No. 3, pp.163-173, 2009.

[11] Amiri M., " A pplication of response surface methodology and fuzzy regression method to determine optimum amount of effective factors in vehicel brake drum assembling problem"; *International Journal of Industrial Engineering and Production Management, Sharif University of Technology,* Vol. 27, No. 1, PP. 133-143, 2011.

[12] Tatsuyuki A., Response Surface Methodology and Its Application to Automotive Suspension Design, Toyota Central R & D Labs. Inc, Japan, 2001.

[13] Marklund P-O., Nilsson L.; "Optimization of a car body component subjected to impact"; *Structural and Multisciplinary Optimization*, Vol. 21, No. 5, PP.383-392. 2001.

[14] Amiri M., Mousakhani M., Alaghebandha M., Saeeidi S. R.; "DOE by RSM Approach. 1st Ed. Chapter 2", *Farhikhtegane Daneshghah Pub. Co.*, Tehran, 2010.

[15] Kunter M., Nachtsheim C., Neter J., Li W.; "Applied linear statistical methods"; 5th Ed. McGraw – Hill, New York, 2005.

[16] Santner T. J. Williams B. J., Notz W. I.; "The design and analysis of computer experiments"; *Springer Verlag*, New York, 2003.

[17] Neter J., Kutner M. H., Wasserman W., Nachtsheim C., Neter J.; Applied linear statistical methods; 4th ed., McGraw-Hill, New York, 1996.

[18] Chen-Tung C., Ching-Torng L., Sue-Fn H.; "A fuzzy approach for supplier evaluation and selection in supply chain management"; *International Journal of Production Economics*, Vol. 102, No. 2, pp. 289-301, 2006.

[19] Derringer G., Suich R.; "Simultaneous optimization of several response variables"; *Journal of Quality Technology*, Vol. 12, PP.214-219, 1980.