

مدلسازی ریاضی استوار، رویکردی نوین

در بودجه‌ریزی عمومی ایران

عادل آذر^{۱*}، ابراهیم نجفی^۲، سجاد نجفی^۳

۱- استاد، گروه مدیریت، دانشکده مدیریت و اقتصاد، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران

۲- دکتری مدیریت دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران

۳- کارشناس ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه شاهد، تهران، ایران

دریافت: ۸۹/۲/۶

پذیرش: ۸۹/۱۱/۲۳

چکیده

مهم‌ترین برنامه راهبردی در هر کشوری قانون بودجه است، بنابراین بررسی علمی بودجه‌ریزی در کشور ضروری است. بودجه‌ریزی در ایران تاکنون با استفاده از روش‌های تجربی و چانه‌زنی انجام شده است و به طور عمده سبب تخصیص غیربهبینه منابع شده است. همچنین پیچیدگی و تلاطم محیط سازمانی و دخالت پارامترها و متغیرهای بسیار در تصمیم‌گیری، استفاده از روش‌های کمی برای تخصیص بهینه منابع را لازم کرده است. با توجه به این‌که بودجه‌ریزی با خطاهای پیش‌بینی، اندازه‌گیری و اجرایی مواجه بوده و کوچک‌ترین تغییرات نسبت به مقادیر از قبل تعیین شده باعث از دست رفتن بهیمنگی و غیرموجه بودن فضای قانون بودجه می‌شود، استفاده از مدل‌های بهینه‌سازی ریاضی با سطح پایداری بالای بهیمنگی از خواسته‌های کاربران بودجه‌ریزی در دنیا است.

در این مقاله با به‌کارگیری روش برنامه‌ریزی خطی مدلی ریاضی برای بودجه‌ریزی در بخش عمومی ایران پیشنهاد شده و با رویکرد بهینه‌سازی استوار توسعه داده شده است. با استفاده از این رویکرد می‌توان ضمن حفظ انعطاف‌پذیری اجرای بودجه، بهیمنگی و موجه بودن فضای قانون را حفظ کرد. مدل ریاضی طراحی شده از قابلیت تحلیل سناریوهای مختلف در طی سال بودجه‌ریزی برخوردار است و امکان عکس‌العمل مناسب نسبت به تغییرات محیطی را برای کاربران به‌وجود خواهد آورد.

کلیدواژه‌ها: بودجه‌ریزی، تحلیل سناریو، بهینه‌سازی استوار.



۱- مقدمه

عدم استفاده از تئوری‌های کمی و ریاضی در بودجه عمومی دولت که در آن برای اجرای برنامه سالیانه، منابع مالی لازم پیش‌بینی و اعتبارات هزینه‌ای (جاری) و تملک دارایی‌های سرمایه‌ای (عمرانی) دستگاه‌های اجرایی تعیین می‌شود، باعث سردرگمی و عدم تخصیص بهینه به منابع در دسترس می‌شود. بدیهی است چنانچه فعالیت‌ها و محیط تصمیم‌گیری از پیچیدگی برخوردار نباشد، استفاده از مدل‌های ریاضی چندان اهمیت ندارد. اما اهمیت رویکردهای ریاضی زمانی روشن می‌شود که تعداد متغیرهای تصمیم و فعالیت‌ها و اهداف به گونه‌ای سرسام‌آور افزایش پیدا می‌کند. تاکنون مدل‌های ریاضی گوناگونی برای بودجه‌ریزی طراحی شده است که از مهم‌ترین آن‌ها می‌توان به مدل چارنر و کوپر در سال ۱۹۷۱ [۱، صص ۱۶۶-۱۸۰] برای سیستم بودجه طرح و برنامه، مدل لی و شیم در سال ۱۹۸۴ [۲، صص ۱۰۳-۱۱۰] برای بودجه‌ریزی بر مبنای صفر، مدل حبیب در سال ۱۹۹۱ [۳، صص ۸۸۵-۸۸۸] برای اقتصاد نیجریه، مدل گرین برگر و نوناماکار در سال ۱۹۹۴ [۴] برای بخش عمومی و مدل عادل آذر در سال ۱۳۷۴ [۵] برای تخصیص بودجه در سازمان‌های دولتی با استفاده از رویکرد برنامه‌ریزی آرمانی و رویکرد استنتاج فازی اشاره کرد. در این مدل‌ها شرایط حاکم بر محیط به صورت قطعی و با ثبات در نظر گرفته شده است، حتی مدل عادل آذر نیز تنها عدم قطعیت فازی را در مدل خود لحاظ کرده و این به این معنا است که عدم قطعیت‌های تصادفی که بودجه‌ریزی با آن درگیر است، در این مدل لحاظ نشده است. بنابراین لازم است مدلی طراحی شود که بتواند در برابر عدم قطعیت‌های تصادفی ایمن بوده و با تغییرات پارامترها بهینگی و موجه بودن فضای بودجه دچار مخاطره نشوند.

۲- رویکردهای کلاسیک مقابله با عدم قطعیت

مسائل تصمیم‌گیری دارای چهار طبقه‌بندی قطعی، ریسکی، عدم قطعیت و فازی است [۶، صص ۷۷۴-۷۹۳]. بهینه‌سازی در شرایط غیرقطعی با کارهای بیل [۷، صص ۱۷۳-۱۸۴]، بلمن [۸]، بلمن و زاده [۹، صص ۱۴۱-۱۶۱]، چارنر و کوپر [۱۰، صص ۷۳-۷۹]، دانتزیگ [۱۱، صص ۱۹۷-۲۰۶] و تینتتر [۱۲، صص ۱۹۷-۲۲۸] در اواخر دهه ۱۹۵۰ شروع شد و در زمینه تئوری و الگوریتم به سرعت پیشرفت کرد. امروزه نیز با کارهای لاستینگ [۱۳، صص ۷۵۷-

[۷۷۰]، بیکسیبای [۱۴، صص ۸۸۵-۸۹۷]، لوکوویتس و میترا [۱۵، صص ۱۳۹-۱۷۲] و مالوی [۱۶، صص ۲۶۴-۲۸۱]، پیشرفت‌های زیادی در زمینه حل مسائل برنامه‌ریزی احتمالی صورت گرفته است. رویکردهای زیادی برای بهینه‌سازی در شرایط غیرقطعی مورد استفاده قرار گرفته است که از آن جمله، کمینه کردن امید ریاضی، کمینه کردن انحراف از آرمان‌ها، کمینه‌کردن بیش‌ترین هزینه‌ها و بهینه‌سازی بر روی محدودیت‌های نرم را می‌توان نام برد. در این میان می‌توان سه رویکرد اصلی را متمایز کرد: برنامه‌ریزی احتمالی، برنامه‌ریزی فازی [۹، صص ۱۴۱-۱۶۱؛ ۱۷؛ ۱۸، صص ۱-۱۰؛ ۱۹] و برنامه‌ریزی پویای احتمالی [۲۰، صص ۹۷۱-۹۸۳]. کارهای انجام شده در زمینه برنامه‌ریزی احتمالی شامل برنامه‌ریزی خطی احتمالی [۲۱؛ ۲۲]، برنامه‌ریزی عدد صحیح احتمالی [۲۳، صص ۷۰۷-۷۱۶؛ ۲۴، صص ۵۷۱-۵۸۶]، برنامه‌ریزی غیرخطی احتمالی [۲۵] و برنامه‌ریزی احتمالی استوار [۱۶، صص ۲۶۴-۲۸۱] است. در روش‌های کلاسیک برای در نظر گرفتن عدم قطعیت داده‌ها از رویکرد تحلیل حساسیت نیز بهره می‌گیرند، اما تحلیل حساسیت تنها ابزاری برای تحلیل خوب بودن جواب است و نمی‌توان از آن برای تولید جواب‌های استوار استفاده کرد. علاوه بر آن انجام تحلیل حساسیت توأم در مدل‌هایی که به تعداد زیادی داده غیرقطعی دارند، عملی نمی‌باشد.

۲-۱- رویکرد بهینه‌سازی استوار

زمانی که داده‌های موجود در تابع هدف غیرقطعی باشند، با تغییر مقادیر قطعی، بهیگی جواب به دست آمده برای مسأله قطعی به خطر می‌افتد و موقعی که داده‌های مربوط به محدودیت‌ها قطعی نباشند موجه بودن جواب به دست آمده نگران‌کننده است. این مشاهده به یک سؤال طبیعی برای طراحی رویکردهایی برای یافتن جوابی بهینه که در مقابل عدم قطعیت داده‌ها ایمن باشد، منتج می‌شود که این جواب‌ها را استوار می‌نامند. برای تبیین اهمیت استوار بودن جواب در کاربردهای عملی از یک مطالعه موردی که به وسیله بن-تال و نمیروفسکی [۴] بر روی یک مسأله بهینه‌سازی خطی از کتابخانه Net Lib انجام شده است، مطلب زیر نقل می‌شود:

"در کاربردهای عملی برنامه‌ریزی خطی نمی‌توان امکان این را نادیده گرفت که عدم قطعیت ناچیز در داده‌ها می‌تواند جواب بهینه معمولی را از دیدگاه علمی به طور کامل بی‌معنا کند."

در بررسی بن-تال و نمیروفسکی [۴] آشکار می‌شود که ۰/۰۱ درصد نوسان در داده‌هایی که به وضوح غیر قطعی هستند موجه بودن جواب بهینه به دست آمده برای داده‌های اسمی را با یک



احتمال به‌طور مثال ۵۰ درصد که قابل صرف نظر کردن نیست، دچار مخاطره می‌کند. همچنین شواهدی در دست نیست که بگوید با تنظیمات و تغییرات اندک در جواب بهینه به دست آمده برای داده‌های اسمی می‌توان مانع بروز این مشکلات شد و مواردی وجود دارد که در آن‌ها باید جواب بهینه به دست آمده برای داده‌های اسمی را به کلی تغییر داد. رویکردی که در سال‌های اخیر برای مقابله با عدم قطعیت داده‌ها بسط داده شده است، بهینه‌سازی استوار می‌باشد که در آن به بهینه‌سازی به موقع رخ‌دادن بدترین موارد پرداخته می‌شود که ممکن است منجر به یک تابع هدف کمینه‌کردن ماکسیمم شود.

در این رویکرد به دنبال جواب‌های نزدیک به بهینه‌ای هستیم که با احتمال بالایی موجه باشند. به عبارت دیگر با کمی صرف‌نظر کردن از تابع هدف، موجه بودن جواب به دست آمده تضمین می‌شود. البته در مورد عدم قطعیت در ضرایب تابع هدف، با کمی صرف نظر کردن از مقدار تابع هدف بهینه، به دنبال جوابی هستیم که با احتمال بالایی جواب‌های واقعی بهتر از آن جواب باشند.

در اوایل دهه ۱۹۷۰، سویستر [۲۶، صص ۱۱۵۴-۱۱۵۷] یک مدل بهینه‌سازی خطی ارائه کرد که بهترین جواب موجه برای همه داده‌های ورودی را به ما می‌دهد، به طوری که هر داده ورودی می‌تواند هر مقداری را از یک بازه بگیرد. این رویکرد تمایل به یافتن جواب‌هایی دارد که بیش-محافظه‌کارانه می‌باشند؛ به این معنا که برای اطمینان از پایدار بودن جواب در این رویکرد به مقدار زیادی از بهینگی مسأله اسمی دور می‌شویم. بن-تال و نمیروفسکی [۲۷، صص ۷۶۹-۸۰۵؛ ۲۸، صص ۱-۱۳؛ ۲۹، صص ۴۱۱-۴۲۴] و ال-قائویی [۳۰، صص ۱۰۳۵-۱۰۶۴؛ ۳۱، صص ۳۳-۵۲] با فرض این‌که داده‌ها در مجموعه‌های بیضوی دارای عدم قطعیت هستند، الگوریتم‌های کارایی برای حل مسائل بهینه‌سازی محدب تحت عدم قطعیت داده‌ها ارائه کرده‌اند. فرموله‌بندی‌های استوار به‌دست آمده از این روش از نوع درجه دو مخروطی می‌باشند [۲۸، صص ۱-۱۳]. برتسمیس و سیم [۳۲، صص ۳۵-۵۳] رویکرد متفاوتی را برای کنترل سطح محافظه‌کاری معرفی کرده‌اند. این رویکرد از این مزیت برخوردار است که منجر به یک مدل بهینه‌سازی خطی می‌شود، بنابراین قابل اعمال روی مدل‌های بهینه‌سازی گسسته نیز می‌باشد.

۳- مدل ریاضی بودجه‌ریزی در بخش عمومی در ایران

نویسندگان مقاله حاضر در منبع [۳۳] مدلی ریاضی برای بودجه‌ریزی در بخش عمومی ارائه کرده و با استفاده از رویکرد استوار توسعه داده‌اند که مدل مذکور با تغییراتی برای ایران

نوشته شده و با اعداد و ارقام بودجه سال ۱۳۸۹ حل شده است، خوانندگان در صورت نیاز به اطلاعات بیشتر می‌توانند به منبع مذکور مراجعه کنند.

در مقاله حاضر تنها به مدل‌ها اشاره شده و از ارائه توضیحات موجود در خودداری شده است [۳۳]. به طور خلاصه می‌توان مسأله این مقاله را تعیین میزان بودجه هر فصل با توجه به مطلوبیت‌های حاصل از هر ریال بودجه اختصاصی به موارد بودجه دانست.

هدف این مدل حداکثر کردن مطلوبیت کل حاصل از هر ریال بودجه اختصاص داده شده به استان‌ها و فصول می‌باشد، به طوری که محدودیت‌های موجود در بودجه‌ریزی لحاظ شود.

مدل ریاضی بودجه‌ریزی در بخش عمومی ایران به صورت زیر است:

$$\text{Maximize } \alpha_{\gamma} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n U_{ij} x_{ij} + \alpha_{\gamma} \sum_{i=1}^m U_i x_i.$$

Subject to :

$$L_{..}^x \leq \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij} \leq U_{..}^x$$

$$L_i^x \leq \sum_{j=1}^n x_{ij} \leq U_i^x \quad \text{for } i$$

$$L_{ij}^x \leq x_{ij} \leq U_{ij}^x \quad \text{for } i, j$$

$$x_{..} = \sum_{i=1}^m x_i, \quad x_i = \sum_{j=1}^n x_{ij} \quad \text{for } i$$

$$\sum_{k=1}^2 \alpha_k = 1, \quad \sum_{i=1}^m U_i = 1, \quad \sum_{j=1}^n U_{ij} = 1 \quad \text{for } i$$

که در آن

$i = 1, 2, \dots, m$ اندیس استان‌ها

$j = 1, 2, \dots, n$ اندیس فصول بودجه‌ای

$n = 30$

$m = 31$



پارامترهای مدل به شرح زیر است:

U_{ij} : مطلوبیت هر ریال بودجه اختصاصی به فصل j در استان i

U_i : مطلوبیت هر ریال بودجه اختصاصی به استان i

α_k : وزن سطح k ام در ساختار بودجه

U^x : حد بالا مجموع بودجه قابل تخصیص در سال

L^x : حد پایین مجموع بودجه قابل تخصیص در سال

U_i^x : حد بالا بودجه قابل تخصیص به استان i

L_i^x : حد پایین بودجه قابل تخصیص به استان i

U_{ij}^x : حد بالا بودجه قابل تخصیص فصل j در استان i

L_{ij}^x : حد پایین بودجه قابل تخصیص فصل j در استان i

متغیرهای تصمیم‌گیری نیز به شکل زیر تعریف می‌شود:

$x_{..}$: مجموع بودجه قابل تخصیص در سال

x_i : بودجه قابل تخصیص به استان i

x_{ij} : بودجه قابل تخصیص به فصل j در استان i

۴- هم‌تای استوار مدل بودجه‌ریزی در بخش عمومی

عدم قطعیت در مسأله این تحقیق در ضرایب تابع هدف (مطلوبیت‌ها) و همچنین حدود بالا و پایین میزان بودجه تخصیصی وجود دارد. سه مورد از دلایل اصلی عدم قطعیت در داده‌های مسأله بودجه‌ریزی عبارتند از:

- ۱- برخی از داده‌های مسأله زمان حل آن موجود نمی‌باشند (مانند حدود بالا و پایین بودجه آتی فصول استان‌ها) و باید پیش‌بینی شوند. در این‌جا خطای پیش‌بینی داریم؛
- ۲- برخی از داده‌ها (از قبیل پارامترهای مربوط به مقدار مطلوبیت‌های هر یک از فصول بودجه) را نمی‌توان به طور دقیق اندازه گرفت و آن‌ها را حول یک مقدار اسمی گرد می‌کنند. در این‌جا خطای اندازه‌گیری وجود دارد؛
- ۳- در بعضی موارد متغیرهای تصمیم را نمی‌توان همان‌گونه که محاسبه شده‌اند، پیاده‌سازی کرد. این نوع خطای پیاده‌سازی معادل یک سری عدم قطعیت مصنوعی می‌باشد.

در این بخش درباره محیط تصمیم‌گیری، فرض‌هایی زیر انجام می‌شود [۳۴] که عبارتند از:

- ۱- تصمیم در حال حاضر و قبل از مشخص شدن مقدار دقیق داده‌های مسأله انجام می‌شود.
- ۲- فقط در حالتی که داده‌های واقعی متعلق به مجموعه عدم قطعیت هستند، فرد تصمیم‌گیرنده به طور کامل مسؤول عواقب تصمیم گرفته شده است.
- ۳- در حالتی که داده‌های واقعی متعلق به مجموعه عدم قطعیت هستند، محدودیت‌های مسأله برنامه‌ریزی خطی غیرقطعی سخت و غیر قابل گذشت هستند و حتی اندکی تخطی از آن مجاز نیست.

۴-۱- هم‌تای استوار مدل بودجه ریزی در بخش عمومی در ایران

هم‌تای استوار مدل ریاضی بودجه‌ریزی در بخش عمومی با توجه به بازه تغییرات پارامترهای غیرقطعی زیر طراحی شده است.

- مقادیر مطلوبیت‌های بودجه اختصاصی به صورت احتمالی با توزیع نامشخص ولی متقارن در بازه‌های زیر به صورت مستقل از هم تغییر می‌کند:

$$\forall i, j : U_{ij} \in [U_{ij} - \hat{U}_{ij}, U_{ij} + \hat{U}_{ij}]$$

$$\forall t : U_i \in [U_i - \hat{U}_i, U_i + \hat{U}_i]$$

- حدود بالا و پایین مقادیر بودجه به صورت احتمالی با توزیع نامشخص ولی متقارن در بازه‌های زیر به صورت مستقل از هم تغییر می‌کند:

$$U_{ij} \in [U_{ij}^x - \hat{U}_{ij}^x, U_{ij}^x + \hat{U}_{ij}^x]$$

$$L_{ij} \in [L_{ij}^x - \hat{L}_{ij}^x, L_{ij}^x + \hat{L}_{ij}^x]$$

$$\forall i : U_i \in [U_i^x - \hat{U}_i^x, U_i^x + \hat{U}_i^x]$$

$$\forall i : L_i \in [L_i^x - \hat{L}_i^x, L_i^x + \hat{L}_i^x]$$

$$\forall i, j : U_{ij} \in [U_{ij}^x - \hat{U}_{ij}^x, U_{ij}^x + \hat{U}_{ij}^x]$$

$$\forall i, j : L_{ij} \in [L_{ij}^x - \hat{L}_{ij}^x, L_{ij}^x + \hat{L}_{ij}^x]$$

۵- همتای استوار مدل بودجه‌ریزی در بخش عمومی ایران بر اساس روش برتسیمس و سیم

با توجه به آنچه در [۳۲، صص ۳۵-۳۳:۵۳] اشاره شده است، همتای استوار مدل پایه بودجه‌ریزی در بخش عمومی بر اساس روش برتسیمس و سیم به صورت زیر است.

$$\text{Maximize } \alpha_1 \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n U_{ij} x_{ij} + \alpha_2 \sum_{i=1}^m U_i x_i - Z_0 F_0 - \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n p_{ij} - \sum_{i=1}^m q_i$$

Subject to :

$$Z_i + p_{ij} \geq \alpha_1 \bar{U}_{ij} y_{ij} \quad \text{for } i, j$$

$$-y_{ij} \leq x_{ij} \leq y_{ij} \quad \text{for } i, j$$

$$Z_i + q_i \geq \alpha_2 \bar{U}_i y_i \quad \text{for } i$$

$$-y_i \leq x_i \leq y_i \quad \text{for } i$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij} + Z_i F_i + w_i \leq U_i^x m_i$$

$$Z_i + w_i \geq \bar{U}_i^x y_i^u$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} + Z_i F_i + w_i \leq U_i^x m_i \quad \text{for } i$$

$$Z_i + w_i \geq \bar{U}_i^x y_i^u \quad \text{for } i$$

$$x_{ij} + Z_{ij} F_{ij} + w_{ij} \leq U_{ij}^x m_{ij} \quad \text{for } i, j$$

$$Z_{ij} + w_{ij} \geq \bar{U}_{ij}^x y_{ij}^u \quad \text{for } i, j$$

$$n_i L_i^x \leq \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij} - \hat{Z}_i \hat{F}_i - \hat{w}_i$$

$$y_i^l \hat{L}_i^x \leq \hat{Z}_i + \hat{w}_i$$

$$n_i L_i^x \leq \sum_{j=1}^n x_{ij} - \hat{Z}_i \hat{F}_i - \hat{w}_i \quad \text{for } i$$

$$y_i^l \hat{L}_i^x \leq \hat{Z}_i + \hat{w}_i \quad \text{for } i$$

$$n_{ij} L_{ij}^x \leq x_{ij} - \hat{Z}_{ij} \hat{F}_{ij} - \hat{w}_{ij} \quad \text{for } i, j$$

$$y_{ij}^l \hat{L}_{ij}^x \leq \hat{Z}_{ij} + \hat{w}_{ij} \quad \text{for } i, j$$

$$-y_i^u \leq m_i \leq y_i^u$$

$$-y_i^u \leq m_i \leq y_i^u \quad \text{for } i$$

$$-y_{ij}^u \leq m_{ij} \leq y_{ij}^u \quad \text{for } i, j$$

$$-y_i^l \leq n_i \leq y_i^l$$

$$-y_i^l \leq n_i \leq y_i^l \quad \text{for } i$$

$$-y_{ij}^l \leq n_{ij} \leq y_{ij}^l \quad \text{for } i, j$$

$$x_{..} = \sum_{i=1}^m x_{i.} \quad , \quad x_{i.} = \sum_{j=1}^n x_{ij} \quad , \quad \sum_{k=1}^r \alpha_k = 1$$

$$m_{..}, m_{i.}, m_{ij}, n_{..}, n_{i.}, n_{ij} = 1$$

در این مدل ۲ دسته متغیر به‌کار رفته است که شامل متغیرهای اصلی مسأله و متغیرهایی است که برای استوارسازی مسأله استفاده شده است. همچنین پارامتر r در تابع هدف و محدودیت‌های مدل، پارامتر تنظیم‌کننده میزان محافظه‌کاری است.

۶- حل مدل‌های قطعی و غیرقطعی

همان‌طور که پیش از این بیان شد برای حل مدل از داده‌های موجود در بودجه تملک دارایی‌های سرمایه‌ای استانی در سال ۱۳۸۹ استفاده شده و مقایسه‌ای بین بودجه موجود و بودجه استوار پیشنهاد گردیده انجام شده است.

۶-۱- گردآوری اطلاعات مقادیر مطلوبیت‌ها

تعیین میزان مطلوبیت‌های مدل رابطه تنگاتنگی با اهمیت خاص رشد یک استان در زمینه‌های اقتصادی، فرهنگی، اجتماعی و ...، تکالیف دولت در خصوص توسعه منطقه‌ای خاص در برخی زمینه‌ها، میزان رشد و توسعه یافتگی استان در آن فصل، انواع خطر پذیری‌های مالی و ... دارد. در این تحقیق از آن‌جایی که مقادیر مطلوبیت‌های حاصل شده از تخصیص هر ریال بودجه به استان‌ها و فصول مشخص نبوده و هیچ‌گونه مطالعه یا اطلاعاتی در این زمینه برای بودجه سال ۱۳۸۹ در دست نیست، بهترین روش، استفاده از نظرات نخبگان بوده و روش دلفی فازی برای این کار انتخاب شده است. برای این کار پرسشنامه‌ای تدوین و پس از سه مرحله اجرای روش دلفی فازی مطلوبیت‌های ۲۱ فصل بودجه در ۳۰ استان استخراج شده است که در پیوست [۳۴] آمده است.

۶-۲- گردآوری داده‌های مربوط به مقادیر حدود بالا و پایین بودجه

در این بخش نیز برای در نظر گرفتن مقدار مناسب برای حدود بالا و پایین مقادیر بودجه هر

یک از استان‌ها و همچنین بودجه هر یک از فصول استان‌ها، از اعداد موجود در قانون بودجه سال جاری استفاده شده و با در نظر گرفتن نظرات نخبگان مقایر غیرقطعی برای حدود بالا برابر با بازه ۹۰ درصدی و ۱۲۰ درصدی و برای حدود پایین بازه ۵۰ درصدی و ۸۰ درصدی میزان بودجه قید شده در قانون بودجه سال ۱۳۸۹ در نظر گرفته شده است.

۳-۶- نتایج حل مدل‌های قطعی و استوار بودجه‌ریزی در بخش عمومی

با استفاده از داده‌های گردآوری شده (که شرح آن در بخش‌های قبلی بیان شد) و استفاده از نرم‌افزار ۲۱/VGAMS، نخست مدل‌های موجود برنامه‌نویسی شده و سپس حل شده‌اند. نتایج حاصل از حل مدل‌ها به صورت زیر است.

۳-۶-۱- مقادیر به‌دست آمده از حل مدل قطعی

مقدار به‌دست آمده تابع هدف برای مدل قطعی در جدول ۱ آمده است:

جدول ۱ نتایج حل مدل قطعی برحسب مقادیر مختلف آلفا

مقدار تابع هدف	مقدار آلفا ۲	مقدار آلفا ۱	ردیف
۳۹۵۱۶۲۲۶۲۵	۰	۱	۱
۲۲۰۶۷۰۳۲۰۸۲	۰/۲۵	۰/۷۵	۲
۴۰۱۸۲۴۴۱۵۳۸	۰/۵	۰/۵	۳
۵۸۲۹۷۸۵۰۹۹۵	۰/۷۵	۰/۲۵	۴
۷۶۴۱۳۲۶۰۴۵۲	۱	۰	۵

در این بخش به ازای مقادیر مختلف آلفا میزان تابع هدف اندازه‌گیری شده است. به عبارت دیگر مقادیر تابع هدف به ازای درجه‌های مختلف تمرکز سازمانی که بودجه‌ریزی را عهده‌دار است، به‌دست آمده است. به عنوان مثال در ردیف اول جدول ۱ مقدار آلفا ۱ برابر یک و در نتیجه مقدار آلفا ۲ برابر صفر در نظر گرفته شده است و به این معنا است که سازمان متولی بودجه‌ریزی، مقادیر بودجه‌های فصول هر یک از استان‌ها را نیز به صورت متمرکز انجام داده است و تمامی مقادیر بودجه به صورت جزئی در آن سازمان مشخص شده است. معمولاً در کشورهایی که به لحاظ

برنامه‌ریزی سازمانی به بلوغ کافی نرسیده‌اند، مقدار آلفا عددی بسیار پایین‌تر از یک است.
 ۶-۳-۲- مقادیر به‌دست آمده از حل هم‌تای استوار مدل بودجه‌ریزی در بخش عمومی با رویکرد مدل برتسمیس و سیم

همان‌طور که در [۳۲] اشاره شده است برای تعیین میزان سطح محافظه‌کاری در تابع هدف و محدودیت‌ها نخست باید تعداد پارامترهای غیر قطعی در تابع هدف و هر یک از محدودیت‌ها را به‌دست آورد. بر این اساس با توجه با این‌که تعداد استان‌ها در ایران برابر ۳۰ و تعداد فصول بودجه برابر ۲۱ است خواهیم داشت:

$$660 = 30 + (21 \times 30) + m = (m \times n) + m = \text{تعداد کل داده‌های غیر قطعی تابع هدف}$$

بنابراین مقدار سطح حفاظت تابع هدف در بازه $[0/660]$ تغییر خواهد کرد. اگر این مقدار صفر در نظر گرفته شود، به این معنا است که هیچ‌گونه حفاظتی برای تابع هدف وجود ندارد و اگر مقدار سطح حفاظت برای تابع هدف ۶۶۰ در نظر گرفته شود، به این معنا است که حفاظت صددرصدی برای تابع هدف در نظر گرفته شده است، مقادیر بین صفر و ۶۶۰ نیز بیانگر سطح حفاظت صفر تا صددرصد برای تابع هدف است.

از آنجایی که در هر یک از محدودیت‌های مسأله یک پارامتر غیرقطعی (حدود بالا یا پایین بودجه) وجود دارد، سطح محافظه‌کاری برای پارامترهای هر یک از محدودیت‌ها $\Gamma \in [0, 1]$ است. Γ به‌طور لزوم باید عدد صحیح و سایر Γ ها می‌توانند صحیح یا غیر صحیح باشند. به طور قطع انتخاب میزان سطح محافظه‌کاری تابع هدف تابعی از پیش‌بینی وضعیت آتی کشور خواهد بود که به‌وسیله بودجه ریزان و تصمیم‌گیران عرصه بودجه‌ریزی کشور به عنوان عنصر کنترل‌کننده بودجه تعیین می‌شود.

اگرچه هدف این مقاله تعیین مقدار آلفا در کشور نبوده است و این پژوهش بر آن است که استوارسازی مدل قطعی بودجه‌ریزی را در یکی از حالت‌هایی که برای کشور متصور است، به طور عملی تبیین کند و از طرفی امکان این‌که برای بینهایت حالتی که از ترکیب مقادیر مختلف آلفا ۱ و آلفا ۲ وجود دارد استوار سازی را انجام داد، وجود ندارد؛ در این مقاله یکی از حالت‌هایی که کشور بیشتر با آن درگیر است، در نظر گرفته شده است تا تبیین‌کننده بودجه استوار باشد. از این رو مقدار آلفا ۱ در جدول‌های ۲، ۳ و ۴ برابر یک قرار داده شده است؛ زیرا که

در حال حاضر درجه تمرکز بودجه‌ریزی استان‌ها در سطوح عالی کشور (معاونت برنامه‌ریزی و نظارت راهبردی ریاست جمهوری) بسیار زیاد و قریب به یک است.

۶-۳-۱- نتایج استوارسازی تابع هدف مدل ریاضی بودجه‌ریزی در بخش عمومی ایران با استفاده از مدل برتسیمس و سیم

در صورتی که بخواهیم تنها تابع هدف در برابر تغییرات استوار شود؛ یعنی مقدار سطح حفاظت در محدودیت‌ها برابر صفر در نظر گرفته شود، نتایج به شرح جدول ۲ است. در این حالت تضمین می‌شود که بهینگی تابع هدف در صورت تغییر تعداد مشخص شده از پارامترهای غیر قطعی (مقدار سطح محافظه‌کاری) برقرار بماند. در صورت تغییر تعدادی بیش از مقادیر تعیین شده نیز با احتمال بسیار بالایی می‌توان گفت بهینگی تابع هدف حفظ خواهد شد.

جدول ۲ استوارسازی تابع هدف مدل با رویکرد برتسیمس و سیم

ردیف	مقدار آلفا ۱	سطح محافظه‌کاری تابع هدف	سطح محافظه‌کاری محدودیت‌ها	مقدار تابع هدف	میزان کاهش تابع هدف
۱	۱	۰	۰	۳۹۵۱۶۲۲۵۰۰	۰
۲	۱	۶۶	۰	۲۹۳۴۴۷۲۸۲۰	۰/۲۵۷۴
۳	۱	۱۳۲	۰	۲۷۵۰۹۱۲۴۴۵	۰/۳۰۳۸
۴	۱	۱۹۸	۰	۲۶۵۲۴۹۶۷۱۴	۰/۳۲۸۷
۵	۱	۲۶۴	۰	۲۵۹۵۴۰۲۶۵۶	۰/۳۴۳۲
۶	۱	۳۳۰	۰	۲۵۵۹۱۵۷۲۲۰	۰/۳۵۲۳
۷	۱	۳۹۶	۰	۲۵۲۸۱۵۲۳۶۱	۰/۳۵۷۶
۸	۱	۴۶۲	۰	۲۵۲۷۶۴۴۸۶۵	۰/۳۶۰۳
۹	۱	۵۲۸	۰	۲۵۲۳۸۷۶۷۶۴	۰/۳۶۱۳
۱۰	۱	۵۹۴	۰	۲۵۲۳۸۲۰۹۰۶	۰/۳۶۱۳
۱۱	۱	۶۶۰	۰	۲۵۲۳۸۲۰۹۰۶	۰/۳۶۱۳

۶-۳-۲- نتایج استوارسازی محدودیت‌های مدل ریاضی بودجه‌ریزی در بخش عمومی ایران با استفاده از مدل برتسیمس و سیم

در صورتی که بخواهیم فقط محدودیت‌ها استوار شود؛ یعنی مقدار سطح حفاظت در تابع هدف

برابر صفر در نظر گرفته شود، نتایج به شرح جدول ۳ است. در این حالت تضمین می‌شود که موجه بودن فضای قانون بودجه در صورت تغییر مقادیر پارامترهای غیر قطعی به میزان مشخص شده به وسیله تصمیم‌گیران در عمل برقرار بماند. در صورت تغییر مقداری بیش از مقادیر تعیین شده نیز با احتمال بسیار بالایی می‌توان گفت بهیچگی تابع هدف حفظ خواهد شد.

جدول ۳ استوارسازی تابع هدف مدل ریاضی بودجه‌ریزی در بخش عمومی بارویکرد برتسیمس و سیم

میزان کاهش تابع هدف	مقدار تابع هدف	سطح محافظه کاری محدودیت‌ها	سطح محافظه کاری	مقدار آلفا ۱	ردیف
۰	۳۹۵۱۶۲۲۵۰۰	۰	۰	۱	۱
۰/۰۱۴۲	۳۸۹۵۱۶۹۰۰۷	۰/۱	۰	۱	۲
۰/۰۲۸۵	۳۸۴۸۷۱۳۱۳۳	۰/۲	۰	۱	۳
۰/۰۴۲۸	۳۷۸۲۲۵۷۲۲۵	۰/۳	۰	۱	۴
۰/۰۵۷۱	۳۷۲۵۸۰۱۳۱۶	۰/۴	۰	۱	۵
۰/۰۷۱۴	۳۶۶۹۳۴۵۴۰۷	۰/۵	۰	۱	۶
۰/۰۸۵۷	۳۶۱۲۸۸۸۹۷۸	۰/۶	۰	۱	۷
۰/۱۰۰۰	۳۵۵۶۴۳۲۱۵۶	۰/۷	۰	۱	۸
۰/۱۱۴۲	۳۴۹۹۹۷۵۳۳۵	۰/۸	۰	۱	۹
۰/۱۲۸۵	۳۴۴۳۵۱۸۵۱۴	۹/۹	۰	۱	۱۰
۰/۱۴۲۸	۳۳۸۷۰۵۸۹۵۰	۱	۰	۱	۱۱

۶-۳-۲-۳- استوارسازی کلی مدل ریاضی بودجه‌ریزی در بخش عمومی ایران با استفاده از مدل برتسیمس و سیم

در صورتی که بخواهیم استوارسازی را در تابع هدف و محدودیت‌ها اعمال شود، نتایج به شرح جدول ۴ است. در این حالت تضمین می‌شود که بهیچگی تابع هدف و نیز موجه بودن فضای قانون بودجه در برابر تغییرات استوار بوده و در صورت تغییر مقادیر پارامترهای غیر قطعی تابع هدف و محدودیت‌ها به میزان مشخص شده به وسیله تصمیم‌گیران، بهیچگی و موجه بودن قانون بودجه با مخاطره مواجه نشود. در صورت تغییر مقداری بیش از مقادیر تعیین شده نیز با احتمال بسیار بالایی می‌توان گفت بهیچگی و موجه بودن قانون بودجه در اجرا حفظ خواهد شد؛ به عنوان مثال در ردیف ۴ جدول ذیل فرض شده است که از ۶۶۰ پارامتر غیرقطعی در تابع هدف ۱۹۸ پارامتر تغییر

کرده و سطح منابع در محدودیت‌ها با تغییرات ۳۰ درصدی مواجه گردند، در این صورت تابع هدف مسأله قطعی از بهینگی خارج شده و محدودیت‌های مسأله با خطر نشدنی بودن مواجه می‌شوند. مدل استوار طراحی شده مقادیر متغیرهای تصمیم را به گونه‌ای تغییر می‌دهد که بهینگی و موجه بودن بودجه حفظ شود. البته همان‌طور که مشهود است برای این استوار سازی ۳۵/۷۵ درصد از میزان تابع هدف کاسته شده است، بنابراین باید مقادیر محافظه‌کاری به نحوی صحیح انتخاب شود تا منجر به اتلاف منابع نشود.

جدول ۴ استوارسازی کلی مدل ریاضی بودجه‌ریزی در بخش عمومی با روش برتسیمس و سیم

ردیف	مقدار آلفا ۱	سطح محافظه‌کاری تابع هدف	سطح محافظه‌کاری محدودیت‌ها	مقدار تابع هدف	میزان کاهش تابع هدف
۱	۱	۰	۰	۳۹۵۱۶۲۲۵۰۰	۰
۲	۱	۶۶	۰/۱	۲۸۹۲۵۰۰۰۳۷	۰/۳۶۸۰
۳	۱	۱۲۲	۰/۲	۲۶۷۲۳۱۱۲۰۵	۰/۳۲۳۷
۴	۱	۱۹۸	۰/۳	۲۵۳۸۱۶۴۸۳	۰/۳۵۷۵
۵	۱	۲۶۴	۰/۴	۲۴۴۷۰۹۳۹۲۹	۰/۳۸۰۷
۶	۱	۳۳۰	۰/۵	۲۳۷۶۳۶۰۳۷۱	۰/۳۹۸۶
۷	۱	۳۹۶	۰/۶	۲۳۲۰۵۵۹۸۶۵	۰/۴۱۲۷
۸	۱	۴۶۲	۰/۷	۲۲۷۴۸۳۲۳۶۲	۰/۴۲۴۳
۹	۱	۵۲۸	۰/۸	۲۲۳۵۳۵۹۱۴۵	۰/۴۳۴۳
۱۰	۱	۵۹۴	۰/۹	۲۱۹۹۲۴۲۱۸۴	۰/۴۴۳۴
۱۱	۱	۶۶۰	۱	۲۱۶۳۱۷۶۶۹۷	۰/۴۵۲۵

همان‌طور که در جداول فوق مشاهده می‌شود، با افزایش میزان محافظه‌کاری چه در تابع هدف و چه در محدودیت‌ها مقدار تابع هدف کاهش پیدا می‌کند. بنابراین باید به این نکته توجه کرد تعیین مقادیر مناسب برای سطح حفاظت عاملی بسیار مهم در استوار سازی بوده و باعث صرفه‌جویی در هزینه استوارسازی خواهد شد.

گرچه فرمول‌هایی برای تعیین سطح محافظه‌کاری وجود دارد، اما بهترین راه برای تعیین میزان مناسب برای سطح حفاظت استفاده از روش‌های شبیه‌سازی است؛ زیرا با شبیه‌سازی

رفتار سیستم قبل از تدوین بودجه و استوار کردن آن می‌توان از ماهیت رفتار پارامترهای غیرقطعی به شکل تقریبی اطلاع حاصل کرد و پس از آن مقدار مناسب برای میزان محافظه‌کاری را براساس میزان پذیرفته شده از احتمال نقض بهینگی و موجه بودن انتخاب کرد. برای این منظور در ادامه روش شبیه‌سازی مونت کارلو تشریح شده است.

۷- آنالیز عدم قطعیت

به طور کلی روش‌های آنالیز عدم قطعیت پدیده‌ها شامل ۳ دسته کلی روش‌های تحلیلی، روش‌های تقریبی و روش‌های شبیه‌سازی است. در آنالیز عدم قطعیت محاسبه سه خاصیت آماری میانگین (گشتاور اول)، واریانس (گشتاور دوم) و ضریب تغییرات از متغیرهای خروجی اهمیت زیادی دارد که برای محاسبه این خواص باید یکی از روش‌های فوق را با توجه به اصول هر روش و طبیعت مسأله انتخاب کرد.

در این مقاله استفاده از روش‌های تحلیلی و روش‌های تقریبی به علت در دست نداشتن تابع توزیع احتمال پارامترهای غیرقطعی و همچنین نداشتن اطلاعات مناسب برای تقریب آن‌ها مناسب نبوده و بنابراین از روش شبیه‌سازی در این مقاله استفاده شده است.

۸- نتایج تجربی

در این بخش با شبیه‌سازی عملکرد اتفاقی مدل از راه تکرار آزمایش‌ها رفتار واقعی مدل اصلی پیش‌بینی شده است. به این منظور پس از بهینه‌سازی مدل قطعی و هم‌تای استوار مسأله بودجه‌ریزی در بخش عمومی (که نتایج حل آن‌ها تشریح شد) داده‌های غیرقطعی ۱۰۰۰۰ بار شبیه‌سازی شده و نتایج که نتایج آن در جدول ۵ آمده است.

جدول ۵ نتایج شبیه‌سازی مدل قطعی

۱	احتمال ناموجه بودن فضای جواب (در ۱۰۰۰۰ بار شبیه‌سازی)	۶۱/۲ %
۲	احتمال بهینه نبودن تابع هدف (در ۱۰۰۰۰ بار شبیه‌سازی)	۵۳/۳ %
۳	انحراف معیار تابع هدف	۱۳۸۰۱۰۴۹۰۵
۴	میانگین تابع هدف	۳۷۵۱۶۲۲۲۵
۵	تعداد جواب‌های ناموجه	۶۱۲۹
۶	تعداد جواب‌های نابینه	۵۳۳۴



با توجه به جدول ۵ لزوم استوارسازی در تابع هدف و محدودیت‌های مدل به وضوح نمایان شده است. به عبارت دیگر از ۱۰۰۰۰ باری که مدل قطعی بودجه‌ریزی در بخش عمومی با داده‌های واقعی شبیه‌سازی شده است، تعداد ۶۱۲۰ بار حداقل یکی از محدودیت‌های مدل نقض شده و مسأله نشدنی شده است. همچنین در ۴۸۳۰ بار از ۱۰۰۰۰ بار شبیه‌سازی انجام شده مقدار تابع هدف کمتر از مقدار محاسبه شده در بخش‌های قبلی دارد.

۹- نتیجه‌گیری

در ایران پس از تصویب قانون بودجه در مجلس شورای اسلامی، با توجه به اقتضائات مدیریتی داخلی و فعل و انفعالات بین‌المللی، بودجه تنظیم شده را با دو نوع تهدید مواجه می‌کند. اول این‌که ممکن است منابعی که در طول اجرای بودجه پیش‌بینی شده است و شامل درآمد صادرات نفت، مالیات، عوارض و ... محقق نگردند، در این صورت بودجه از فضای شدنی بودن خارج شده و به طور کلی اعتبار خود را از دست می‌دهد. دومین عاملی که بودجه را با مخاطره مواجه می‌کند تغییراتی است که در میزان مطلوبیت بودجه اختصاصی بخش‌های مختلف به‌وجود می‌آید، در این صورت بهینه بودن بودجه پایدار نخواهد ماند. همان‌طور که در جدول ۵ بیان شد، احتمال ناموجه شدن فضای بودجه سال ۱۳۸۹ بیش از ۵۳ درصد و احتمال غیربهینه شدن آن بیش از ۶۱ درصد برآورد شده است که نشان‌دهنده امکان بروز خطای بسیار در مهم‌ترین برنامه کشور است. بروز این دو خطا نیاز به عکس‌العملی مناسب از سوی دولتمردان دارد ولی تاکنون روشی علمی برای مقابله با این عدم قطعیت‌ها ارائه نشده است و صرفاً به روش‌های تجربی بسنده شده است.

در این تحقیق روشی ارائه شده است که به دولتمردان امکان می‌دهد برای سناریوهای مختلفی که ممکن است در طول سال اجرای قانون بودجه رخ دهد، تمهیدات لازم را فراهم کرده و بودجه‌های سایه‌ای را مطابق جدول‌های ۲، ۳ و ۴ پایه‌ریزی کند تا در طول اجرای قانون بهینگی و موجه بودن خود را حفظ نماید. در ضمن مواردی مانند طراحی مدل ریاضی استوارسازی بودجه‌ریزی در بخش عمومی، طراحی مدل ریاضی بودجه‌ریزی با استفاده از مدل‌های سویستر و بن-تال و نمیروفسکی جهت تحقیقات آتی پیشنهاد می‌شود.

۱۰- منابع

- [1] Charnes A., W. W.Cooper & et. al. ; Studies in mathematical and managerial economics;s.l. , North-Holland Publishing Company, 1971.
- [2] Shim J. P., Lee M. S. ; Zero-base budgeting: Dealing with conflicting objective; Long Range Planning, Vol. 17, No. 5, 1984.
- [3] Y. A. Habeeb ; Adapting multi-criteria planning to the nigerian economy;. *Journal of Operational Research Society*, Vol. 42 , No. 10, 1991.
- [۴] آذرع. و سید اصفهانی س.م.؛ "طراحی مدل ریاضی بودجه در سازمان‌های دولتی کشور"؛ ، فصلنامه علمی- پژوهشی مدرس، تهران: دانشگاه تربیت مدرس ،دوره دوم، شماره دوم ، ۱۳۷۶ .
- [۵] آذرع.؛ " بررسی تحلیلی- تطبیقی از بودجه‌بندی در شرایط قطعی و فازی"؛ فصلنامه علمی- پژوهشی مدرس، تهران: دانشگاه تربیت مدرس، شماره ۸، ۱۳۷۸.
- [6] Pentico D. W. ; Assignment problems: A golden anniversary survey ; *European Journal of Operational Research*, Vol. 176.
- [7] Beale E. M. ; *On minimizing a convex function subject to linear inequalities*;17B, 1955.
- [8] Bellman R. ; Dynamic programming, 1957.
- [9] Bellman R., Zadeh L. ; Decision-making in a fuzzy environment ; Vol. 17.
- [10] Charnes A., Cooper W. ; Chance-constrained programming;Vol. 6, 1959.
- [11] Dantzig G. ; Linear programming under uncertainty;Vol. 1, 1955.
- [12] Tintner G. ; Stochastic linear programming with applications to agricultural economics ; 1955.
- [13] Lusting I., Mulvey J., Carpenter T. ; Formulating stochastic programs for interior point methods ;Vol. 39, 1991.
- [14] Bixby R., Gregory J., Lustig I. I., Marste R., Shanno D. ; Very large scale linear programming: A case study in combining interior point and simplex methods; Vol. 40, 1992.



- [15] Levkovitz R., Mitra G. ; Solution of large scale linear programs: A review of hardware ; Software and Algorithmic Issues, 1993.
- [16] Mulvey J., Vanderbei R., Zenios S. ; Robust optimization of large-scale systems ;Vol. 43, 1995.
- [17] H. J. Zimmermann ; Fuzzy set theory and its application (*2nd ed.*); Boston: Kluwer Academic Publishers , 1991.
- [18] H. Tanaka, K. Asai ; Fuzzy linear programming problems with fuzzy numbers ; Fuzzy Sets and Systems ,Vol. 13, 1984.
- [19] H. Tanaka , T. Okuda, K. Asai; on fuzzy mathematical programming ; 1974.
- [20] Sahinidis N. ; Optimization under uncertainty: State-of-the-art and opportunities, Vol. 28, 2004.
- [21] Birg J., Louveaux F. ; Introduction to stochastic programming ; New York, NY: Springer, 1997.
- [22] Kall P., Wallace S. ; Stochastic programming ; New York , NY: Wiley, 1994.
- [23] Fisher M.A.H., Jansen M. L. , Lageweg L., Lenstra B.J., Rinnooy Kan J. K., Dempster A.H.G. ; Analytical evaluation of hierarchical planning systems ;Vol. 29, 1981.
- [24] Spaccamela A., Rinnooy Kan A., Stougie, L. ; Hierarchical vehicle routing problems;Vol. 14, 1984.
- [25] Bastin F. ; Nonlinear stochastic programming ; Ph.D. thesis, Department de Mathematique, Faculte des Sciences, Facultes Universitaires Notre-Dame de la Paix, Namur, Belgium, 2001.
- [26] Soyster A. ; Convex programming with set-inclusive constraints and applications to inexact linear programming ; Vol. 21, 1973.
- [27] Ben-Tal A., Nemirovski A.; Robust convex optimization ; Vol. 23, 1998.
- [28] Ben-Tal A., Nemirovski A. ; Robust solutions to uncertain programs ; Vol. 25 , 1999.
- [29] Ben-Tal A., Nemirovski A. ; Robust solutions of linear programming problems

contaminated with uncertain data ; Vol. 88, 2000.

[30] El-Ghaoui L., Lebret H. ; Robust solutions to least-square problems to uncertain data matrices ; Vol. 18, 1997.

[31] El-Ghaoui L., Oustry F., Lebret H. ; Robust solutions to uncertain semidefinite programs ; Vol. 9, 1998.

[32] Bertsimas D., Sim M. ; The price of the robustness ; Vol. 52, pp: 35-53, 2004.

[33] A. Ben-Tal A., Bertsimas D., El Ghaoui L., Nemirovski A., Sim M.; Robust Optimization.

[۳۴] نجفی س.؛ "طراحی مدل ریاضی بودجه‌ریزی در بخش عمومی - رویکرد استوار"؛

پایان‌نامه کارشناسی ارشد مهندسی صنایع - صنایع، دانشگاه شاهد، ۱۳۸۹.