

# ارزیابی اثربخشی مدل‌های برنامه‌ریزی آرمانی

علی‌اصغر انواری رستمی

استادیار مرکز مطالعات مدیریت و بهره‌وری ایران، دانشگاه تربیت مدرس

## چکیده

کاربرد تکنیک‌های برنامه‌ریزی آرمانی در عمل با مشکلات زیادی همراه است. این مقاله ضمن ارزیابی تکنیک‌های برنامه‌ریزی آرمانی در خصوص منعکس نمودن صحیح رجحانهای مورد نظر تصمیم‌گیرندگان، تکنیک‌های مختلف برنامه‌ریزی آرمانی را در چارچوبی یکپارچه و منسجم، دسته‌بندی می‌نماید و ویژگیها و محدودیتهای کاربردی هر تکنیک را مورد بررسی قرار می‌دهد همچنین چگونگی و چرایی امکان‌گمراه شدن تصمیم‌گیرندگان به دلیل تقریبهای نامناسب توابع مورد بحث و بررسی قرار گرفته و راهکارها و الگوریتم عملکردی مؤثری جهت رویارویی و کمینه‌سازی اینگونه خطاها ارائه می‌نماید. در نهایت، جهت درک بهتر الگوریتم پیشنهادی، مثالی عددی ذکر شده است.

۱۰۷

کلیدواژه‌ها: برنامه‌ریزی آرمانی، تابع ارزشی، اثربخشی.

## ۱. مقدمه

اشنایدر جان، حل هر مسألهٔ تصمیم‌چند معیاری را مستلزم تعیین مجموعه فرصتها (جوابهای ممکن) و توابع رجحان تصمیم‌گیرنده، می‌داند [۱]. جهت حل مسایلی با اهداف متعدد و خصوصاً متضاد (حل دستگاه «نا» معادلات همزمان) و انجام عملیاتی مقایسه‌ای بین اهداف متعدد متضاد، از تکنیک برنامه‌ریزی آرمانی بهره گرفته می‌شود. پروفیسور هنان برنامه‌ریزی آرمانی را تکنیکی ما بین برنامه‌ریزی ریاضی اهداف متعدد (بدون پرسیدن رجحانهای تصمیم‌گیرنده) و تئوری چند معیاری مطلوبیت (در جایی که مقادیر پارامترهای مختلف باید تعیین شوند) قرار می‌دهد [۲]. انتقادات متعددی در خصوص تکنیک برنامه‌ریزی آرمانی وجود دارد؛ یکی از مهمترین ایرادات وارد بر آن، اثر بخش نبودن این تکنیک در



برای  $i$  امین هدف  $(i = 1, 2, \dots, m)$ ،  $aij$  به عنوان میزان مشارکت  $i$  امین متغیر در  $i$  امین هدف  $(j = 1, 2, \dots, n)$ ، می‌توان به ازای هر جواب عملی  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in (X)$  یک انحراف را با رابطه  $d_i = \left| \sum_{j=1}^n ijx_j - gi \right|$  محاسبه نمود (در جایی که  $(X)$  مجموعه جوابهای ممکن است).

انحراف کمتر بر بیشتر (مشابهاً هدف رسی بیشتر بر کمتر) ارجح است؛ بنابراین تابع جزئی پیوسته و ارزشی  $V(d_i)$  برحسب گزینه  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in (X)$  و متغیر انحرافی  $(d_i)$  تابعی نزولی (مشابهاً برحسب میزان هدف رسی یا متغیر  $g_i$  صعودی) خواهد بود؛ به بیان ریاضی:

$$\frac{\partial v(d_i)}{\partial d_i} < 0, \quad \frac{\partial v(g_i)}{\partial g_i} > 0$$

$$V(g_i) \in [0, 1] \Rightarrow V(d_i) = \begin{cases} 1 & \text{if } g_i = \max \\ 0 & \text{if } g_i = 0 \end{cases}, \quad V(d_i) \in [0, 1] \Rightarrow V(d_i) = \begin{cases} 1 & \text{if } d_i = 0 \\ 0 & \text{if } d_i = \max \end{cases}$$

بهره‌گیری از روش تابع ارزش در مدل‌های برنامه‌ریزی آرمانی، مستلزم تعیین تابعی مقدری جهت ارزش‌گذاری یک راه حل یا گزینه برحسب معیارها یا اهداف متعدد می‌باشد.

تعریفی عمومی از تابع ارزش برای مدل‌های خطی برنامه‌ریزی آرمانی به شرح زیر است:

$$TV(d) = \sum_{i=1}^m V(d_i) = V(d_1^+, d_1^-, \dots, d_m^+, d_m^-)$$

$$TV(g) = \sum_{i=1}^m V(g_i) = V(g_1, g_2, \dots, g_m)$$

در جایی که  $TV(d)$  و  $TV(g)$  توابع کل ارزش و  $V(d_i)$  و  $V(g_i)$  توابع جزئی به ترتیب برحسب متغیرهای انحرافی و سطح هدف رسی می‌باشند، تعدادی از توابع مهم نزولی برحسب متغیرهای انحرافی و صعودی برحسب سطح هدف رسی به شرح زیر خواهند بود:

برای بعضی از توابع غیرخطی، نظیر توابع درجه دوم، الگوریتمها و نرم افزارهای کارایی وجود دارد؛ ولی برای توابعی با درجات بالاتر، ناگزیر به بهره‌گیری از مدل‌های غیرخطی برنامه‌ریزی آرمانی می‌باشیم یا آنکه باید این توابع را به طوری صحیح و دقیق با چند جزء خطی تقریب زد و سپس از مدل‌های خطی برنامه‌ریزی آرمانی استفاده نمود. مثالی از رفتارهای سرمایه‌گذار که تنها با توابع غیرخطی درجات بالا به خوبی بیان شده را می‌توان، در مطالعه پرات یافت [۱۰].

ملحوظ نمودن صحیح رجحانها و خواسته‌های واقعی تصمیم‌گیرندگان، می‌باشد؛ چون وزنهای نسبی اهمیت اهداف مختلف در برنامه‌ریزی آرمانی، به منزله نوعی تابع مطلوبیت تلقی می‌شود. گروهی نظیر روزنتال معتقدند که: این وزنها در غالب موارد، محیط واقعی تصمیم‌گیری را بیان نمی‌نمایند [۳].

سوالات مهم و اساسی در این مقاله عبارتند از:

۱. آیا تکنیک‌های برنامه‌ریزی آرمانی، قادر به انعکاس صحیح توابع مطلوبیت تصمیم‌گیرندگان می‌باشند؟

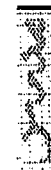
۲. در صورت منفی بودن جواب سؤال اول، مهمترین محدودیتها و مشکلات موجود در این زمینه، کدامند؟ و چگونه می‌توان این مشکلات و محدودیتها را رفع نموده و یا به حداقل رساند؟

این مقاله پاسخی به سوالات فوق می‌باشد و الگوریتمی رو در رو و هدایت‌کننده را جهت اثربخش نمودن مدل‌های مختلف برنامه‌ریزی آرمانی ارائه می‌نماید؛ همچنین، مثالی عددی از این الگوریتم را تشریح و در نهایت نتایج حاصله و دیدگاههای نهایی را ارائه می‌نماید.

## ۲. مروری بر ادبیات تحقیق

جهت رفع مشکلات موجود در تعریف توابع رجحان مناسب برای تصمیم‌گیریها و تعیین نرخ تبادل یا جانشینی مناسب برای اهداف متضاد نسبت به هم، روشهای مختلفی ارائه شده است [۴، ۵، ۶، ۷، ۸]. اشنایدر جان، مدل‌های برنامه‌ریزی آرمانی را در دو نوع مدل «اولییتی یا لکنیکوگرافیکی» و مدل «وزنی غیر اولییتی» جای می‌دهد و سایر مدل‌های برنامه‌ریزی آرمانی را ترکیبی از این دو می‌داند؛ در مدل نوع اول، اهداف به ترتیب اولویتشان به صورت نردبانی، بهینه می‌شوند و در مدل نوع دوم، وزنها بیانگر اهمیت نسبی اهداف بوده و با تعیین این وزنها برای کلیه اهداف (که در یک سطح اولییتی هستند) به طور همزمان بهینه می‌شوند. هنان، اولین مرحله تحلیلگر را تعریف تابع ارزشی می‌داند که مقادیر آن، بیانگر دیدگاههای واقعی تصمیم‌گیرنده است [۱]. بحثهای بسیار ارزشمندی در خصوص تابع ارزش را می‌توان در مأخذ ۹ این مقاله یافت که هدف اصلی آن، تشریح نحوه تعیین توابع ارزش مناسب و در عین حال ساده برای تصمیم‌گیریهای پیچیده می‌باشد.

محاسبات برنامه‌ریزی آرمانی در جهت کمینه‌سازی شکاف میان سطح قابل دستیابی به اهداف و آرمانهای موضوعه جهت این اهداف می‌باشد. با تعریف  $g_i$  به عنوان سطح آرمانی





در بعضی از موارد تصمیم گیرنده، قادر به بیان دقیقی از سطوح آرمانهای مدل نمی باشد؛ در چنین مواقعی، از روش فازی می توان بهره گرفت و سطوح آرمانهای غیر دقیق را در مدل خطی برنامه ریزی آرمانی گنجانند و مسأله را با بهره گیری از پاره خطهای متعدد حل نمود [۸، ۱۱].

مشکل دیگر این است که وقتی تصمیم گیرنده با چند معیار تصمیم متفاوت مواجه است، ممکن است توان پیروی از قواعد منطقی را از دست بدهد؛ دلیل آن نیز این است که او ممکن است با جنبه هایی از مسأله مواجه شود که در حالت ساده بودن مسأله شاید به آنها توجه نمی کرده است و این موضوع، تعریف تابع مطلوبیت مناسب برای تصمیم گیرنده (تابع هدف) را دچار مشکل می سازد.

### ۳. الگوریتم پیشنهادی

همانگونه که در ابتدای مقدمه ذکر شد، جهت حل هر نوع مسأله تصمیم چند معیاری به تعیین مجموعه فرصتها (جوابهای ممکن) و توابع رجحان تصمیم گیرنده نیاز است؛ انتخاب بهترین جواب از میان مجموعه فرصتها منوط به تعریف رجحانهای تصمیم گیرنده است؛ روشهای مختلفی جهت تعریف توابع رجحان و به کارگیری آنها در مدل های مختلف برنامه ریزی آرمانی طرح شده اند و هر یک از آنها، جز روش عمومی تابع ارزش، قابلیت کاربرد محدود و خاصی دارند. نکته مهم در کار تحلیلگر، انتخاب مدل مناسب برنامه ریزی آرمانی و تعریف دقیق محیط تصمیم، بالأخص تابع هدف مدل، می باشد. تعیین اینکه مدل مناسب، برای مسأله تصمیم؛ (۱) مدل اولویتی یا لکزیکوگرافیکی است؟ (۲) مدل وزنی غیر اولویتی است؟ (۳) مدل وزنی - و الویتی است؟ (۴) و یا مدل عمومی تابع ارزش است؟ حایز اهمیت فراوان است. اعمال الگوریتم عملکرد پیشنهادی زیر، اثر بخشی مدل را افزایش و خطاهای احتمالی را کاهش خواهد داد.

۱. معیارهای مسأله تصمیم گیری کدامند  $\{C_1, C_2, \dots, C_m\}$ ؟

۲. زمانی که مقایسه دو به دو مقدور و مطلوب است، فهرستی از کلیه زوجهای ممکن از معیارهای تصمیم را تهیه و جهت مقایسه در اختیار تصمیم گیرنده قرار دهید.  $\{C_1 \leftrightarrow C_2, C_1 \leftrightarrow C_3, \dots, C_1 \leftrightarrow C_m, \dots, C_{m-1} \leftrightarrow C_m\}$ . نتایج مقایسات را به صورت  $\{C_i > C_j\}$  for  $i \neq j$  مرتب نموده و معیارها را برحسب تعداد دفعات قرار گرفتن آنها در سمت بزرگتر مقایسات زوجی از مهمترین تا کم اهمیت ترین رتبه بندی نمایید و به مرحله بعد بروید.

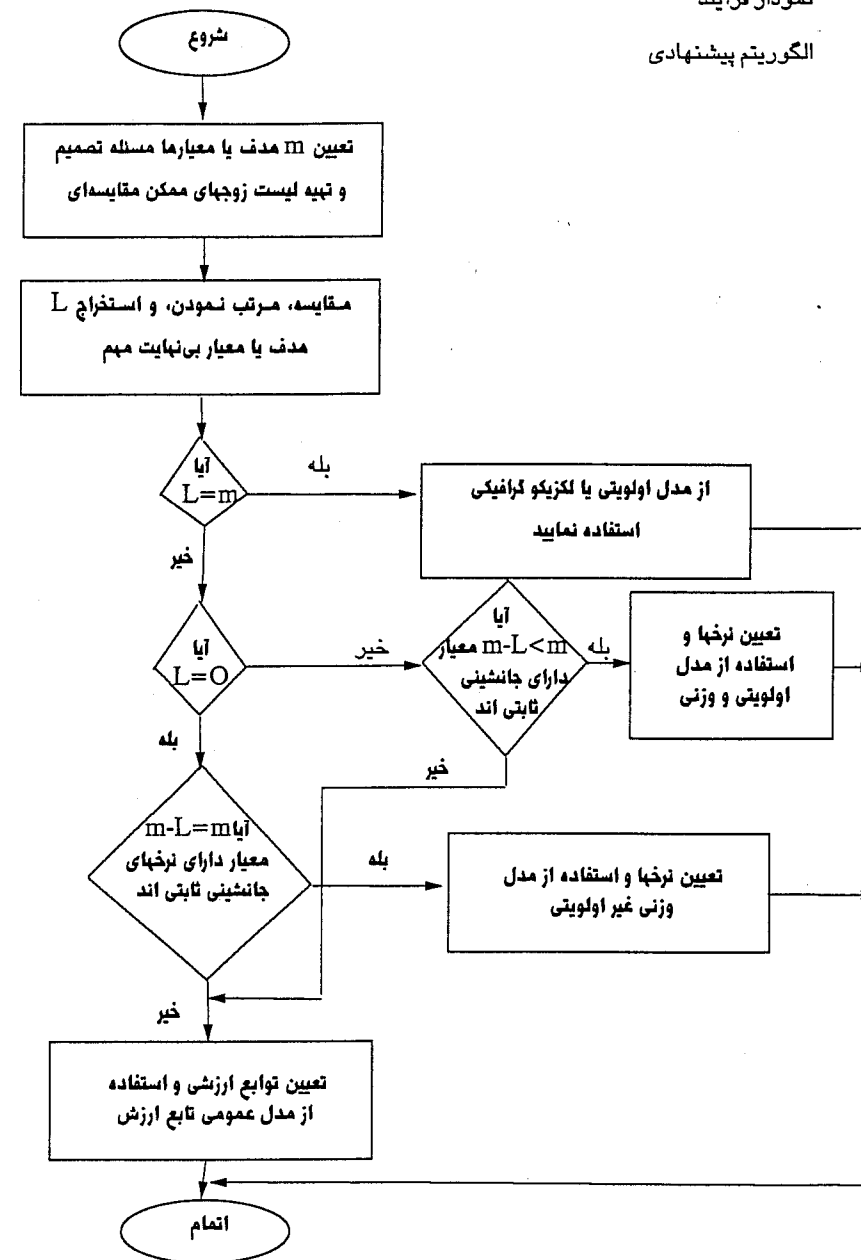
۳. از بین زوجهای رتبه بندی شده کدام معیارها بی بدل یا بی جایگزینند؟ به عبارتی دیگر، نرخ نهایی جانشینی برای کدام هدف (اهداف) بی نهایت است؟ آنها را به ترتیب اهمیتشان، استخراج نموده و به شکل  $\{P_1 >>> P_2 >>> \dots >>> P_L\}$  مرتب نمایید؛ در جایی که نماد  $\{P_i >>> P_j\}$  به معنی بسیار با اهمیت تر بودن معیار یا هدف  $i$  به  $j$  می باشد. اگر  $L = m$  باشد خواهیم داشت  $\{P_1 >>> P_2 >>> \dots >>> P_m\}$  که همانا مدل اولویتی یا لکزیکوگرافیکی است. اگر  $L > m$  باشد به مرحله بعدی بروید.

۴. اگر کلیه  $[m-L]$  معیار اهمیتشان به طور کمی قابل مقایسه باشند و تصمیم گیرنده در پی تعیین نرخ تبادل یا جایگزینی ثابتی برای معیارهای مختلف تصمیم باشد، فهرستی زوجی از کلیه  $[m-L]$  معیار را جهت مقایسه اهمیت معیارها (از ساده ترین زوج تا مشکل ترین زوج) تهیه و در اختیار تصمیم گیرنده قرار دهید؛ از ساده ترین زوج، شروع نموده و از تصمیم گیرنده بپرسید که آیا معیار  $i$  حداقل  $t$  مرتبه از معیار  $j$  مهمتر است؟ اگر خیر، آیا معیار  $i$  حداقل  $t-s$  مرتبه  $t-s$  از معیار  $j$  مهمتر است؟ و الی آخر.

۵. با روش مقایسه زوجی فوق می توان به  $\{W_1 >>> W_2 >>> \dots >>> W_n\}$  دست یافت؛ اگر  $L = 0$  و  $f = m$  باشد، خواهیم داشت  $\{W_1 >>> W_2 >>> \dots >>> W_m\}$ ؛ که همانا مدل وزنی و غیر اولویتی است. اگر  $L > 0$  و  $L + f = m$  باشد، با مدل وزنی - اولویتی روبرو هستیم؛ اگر  $L > 0$  و  $f > 0$  و  $L + f < m$  باشد، دال بر وجود معیارهایی است که نرخ جانشینی ثابتی ندارند. در این گونه موارد به مرحله بعدی بروید [۱۲].

۶. زمانی که تعیین وزنهای اهمیت نسبی برای تصمیم گیرنده مشکل بوده و تفسیر این وزنها گمراه کننده است و یا زمانی که هزینه مقایسات دو به دو اقتصادی نیست، می توان از روش عمومی تابع ارزش بهره گرفت؛ در این روش برای هر معیار، تابع ارزشی خاص تعریف نموده و هدف مدل، حداکثر نمودن سطوح دستیابی به اهداف است. تفاوت این روش با روش فازی، نه در فرموله سازی ریاضی، بلکه اساساً در فلسفه ای است که داده های تصمیم گیرنده را تحت تاثیر قرار می دهد؛ بنابراین روش، برای هر هدف  $I$  و هر جفت از اقدامات  $(x, y) \in X^I$  می توان تابعی به شکل  $P_i(x, y)$  در نظر گرفت که میزان رجحان تصمیم گیرنده را در ارتباط با  $(x, y)$  اندازه گیری می نماید؛ به نحوی که خواهیم داشت:

- $P_i(x, y) = 0$  for indifference,  $f_i(x) \cong f_i(y)$
- $P_i(x, y) \cong 0$  for weak preference,  $f_i(x) > f_i(y)$
- $P_i(x, y) \cong 1$  for strong preference,  $f_i(x) >>> f_i(y)$
- $P_i(x, y) = 1$  for strict preference,  $f_i(x) >>> f_i(y)$



در جایی که:

$$f_i(y) = \sum_{j=1}^n a_{ij} Y_j, \quad f_i(x) = \sum_{j=1}^n a_{ij} X_j$$

با تعریف  $d_i = f_i(x) - f_i(y)$  به عنوان محاسبه تفاوت در عملکرد میان عمل، اقدام، یا گزینه  $X, Y$  در ارتباط با معیار، تابع عملکرد  $P_i(x, y)$  را می‌توان با تابع ارزش  $\bar{F}(d_i)$  بیان نمود؛ بیان نمود؛ بیانگر رجحانهای تصمیم گیرنده است؛ به طوری که به سادگی برای او قابل درک است. روش عمومی تابع ارزش در پی حداکثر نمودن  $MaxZ = \sum_{i=1}^m (F_i^+ d_i^+ + F_i^- d_i^-)$  می‌باشد. ارزش  $Z$  را می‌توان به درصد تحقق آرمانهای وضع شده توسط تصمیم‌گیرنده تعبیر نمود. مقدار  $Z$  بین 0 تا  $m$  است و  $m$  همانا تعداد معیارها یا اهداف مسئله است. هر چه  $Z$  به  $m$  نزدیکتر باشد، تصمیم‌گیرنده راضی‌تر خواهد بود. نمودار زیر فرایند فوق را تشریح می‌نماید:

#### ۴. مثال عددی

جهت تشریح روش پیشنهادی، مسأله تصمیم‌گیری تولید مندرج در مآخذ ۴ را برگزیده ایم. معیارهای تصمیم در این مسأله عبارتند از  $m=5, \{C_1, C_2, \dots, C_m\}$  مرحله بعد، تهیه لیست زوجهای ممکن از معیارها به شرح  $\{C_1 \Leftrightarrow C_2, C_1 \Leftrightarrow C_3, \dots, C_1 \Leftrightarrow C_5, \dots, C_2 \Leftrightarrow C_3, \dots, C_2 \Leftrightarrow C_5, \dots, C_3 \Leftrightarrow C_4, \dots, C_3 \Leftrightarrow C_5, \dots, C_4 \Leftrightarrow C_5\}$  و ارائه آن به تصمیم گیرنده است. یکی از نتایج احتمالی این مقایسات را به صورت زیر، در نظر بگیرید:

$$\{C_1 > C_2, C_1 > C_3, C_1 < C_4, C_1 < C_5, C_2 > C_3, C_2 < C_4, C_2 < C_5, C_3 < C_4, C_3 < C_5, C_4 > C_5\}$$

با مرتب کردن برحسب رابطه  $i \neq j$  برای  $\{C_i > C_j\}$  خواهیم داشت:

$$\{C_1 > C_2, C_1 > C_3, C_2 > C_4, C_2 > C_5, C_3 > C_4, C_3 > C_5, C_4 > C_5\}$$

$C_1$  چهاربار،  $C_2$  سه بار،  $C_3$  یک بار در سمت بزرگتر قرار گرفته اند؛ بنابراین معیارها را می‌توان برحسب اهمیتشان به شرح  $\{C_1, C_2, C_3, C_4, C_5\}$  رتبه‌بندی نمود و به گام بعدی رفت.

چه معیارهایی به دلیل اهمیت بی حدشان بی‌جایگزین هستند؟ اگر به ترتیب، همه آنها بی‌جایگزین باشند، می‌توان نوشت:

$$\{P_1 \gg \gg P_2 \gg \gg \dots \gg P_m\} = \{C_1 \gg \gg C_2 \gg \gg C_3 \gg \gg C_4 \gg \gg C_5\}$$

به گام بعدی می‌رویم.

فرض کنید  $C_4$  دو مرتبه مهمتر از  $C_1$  و  $C_5$ ، نه مرتبه مهمتر از  $C_2$  و  $C_3$  نه مرتبه مهمتر از  $C_2$  و  $C_3$  دو مرتبه مهمتر از  $C_4$  می‌باشد. با بهره‌گیری از روش فرآیند تجزیه و تحلیل سلسله



مثالی عددی پیشنهاد و مورد بررسی قرار دادیم. در این الگوریتم، تصمیم گیرنده در مرحله‌های متوالی، حضوری فعال داشته و تحلیلگر در مسیر بررسی با طرح سؤالاتی متعدد اقدام به انتخاب مدل مناسب جهت تصمیم‌گیری می‌نماید. مسیر الگوریتم طوری طراحی شده که ابتدا از مدل‌های کلاسیک (۱. مدل اولویتی یا لکزیوگرافیکی ۲. مدل وزنی و غیراولویتی، ۳. مدل وزنی و اولویتی) عبور نموده و در نهایت به روش عمومی تابع ارزش منتهی می‌گردد.

## ۶. منابع

- [1] Schniederjans M.J.; "Goal Programming Methodology and Application", Kluwer Academic Publishers, 1995.
- [2] Hannan E.L., "An Assessment of some Criticism of GP", *Computer and Operations Research*, Vol. 14, 1985, PP. 227-229.
- [3] Rosenthal E.R., "Goal Programming-A Critique", *New Zealand Operational Redearch*, Vol. 11, 1983; PP. 133-152.
- [4] Anvary Rostamy, A.A. and Tabatabaie, "Appraising the Effectiveness of GP in Incorporating the Decision Maker (DM)'s Preferences", *Journal of the Operations Research Society of Japan*, Vol. 41, 1998, No. 2, PP. 279-288.
- [5] Charnes A., and W.W. Cooper, "Goal Programming and Multiple Objective Optimization", *European Journal of operational Research*, Vol. 1, 1977. PP. 39-54.
- [6] Gass S.I., "The Setting of Weights in Linear Goal Programing", *Computer and Operations Research*, Vol. 14, 1987, PP. 227-229.
- [7] O'Leary D.E., and J.H. O'Leary, "The Use of Conjoint Analysis in the Determination of GP Weights for a Decision Support System", In *Decision Making with Multiple Objectives*. Y.Y. Haimes and V. Chankong Eds. Springer, New York, 1984, pp.287-299.
- [8] Sakway M., "Interactive Fuzzy Goal Programming for Multi objective Nonlinear Programming Problems and Its Application to Water Quality Management, Control and Cybernetics", Vol. 13, 1984, PP. 217-228.
- [9] Keeney R.L., and H. Raiffa, "Decision with Multiple objectives: Preferences and Value Tradeoffs", Cambridge University Press; 1993.
- [10] Pratt J.W., "Risk Aversion in the Small and in the Large", *Econometrica*, Vol. 32, 1964, PP. 1121-1132.
- [11] Hannan E.L. "Linear Programming with Multiple Fuzzy Goals", *Fuzzy and Systems*, Vol. 6. 1981, PP. 279-288.
- [12] Takeda E., and P.L. Yu, "Assessing Priority Weights from Subsets of pairwise Comparison in Multiple Criteria Optimization Problems", *European Journal of Operational Research*, Vol. 86, 1995; PP. 122-136.

مراتبی یا AHP می‌توان به بردار وزنهای اهمیت نسبی معیارها یا اهداف به شرح  $W = (0/420, 0/308, 0/191, 0/048, 0/034)$  دست یافت.

اگر  $L > 0 = 1$  باشد، یعنی  $C_1$  مطلقاً مقدم بر اهداف دیگر باشد و  $C_6$  پنج مرتبه مهمتر از  $C_1$ ، هفت مرتبه مهمتر از  $C_2$ ، سه مرتبه مهمتر از  $C_3$  بوده،  $C_4$  شش مرتبه مهمتر از  $C_5$  و  $C_7$  پنج مرتبه مهمتر از  $C_6$  باشد، با بهره‌گیری از روش فرآیند سلسله مراتبی یا AHP می‌توان به بردار وزنهای اهمیت نسبی چهارمعیار یا هدف به شرح  $W = (0/057, 0/285, 0/102, 0/056)$  دست یافت؛ در نهایت می‌توان مدل وزنی و اولویتی را برپا نمود. اگر  $L + f < m$  و  $L, f > 0$  نرخهای جانشینی متغیر باشند، روش موثر، همانا روش عمومی تابع ارزش می‌باشد. با فرض وجود توابعی به شرح زیر برای هر هدف یا معیار تصمیم می‌توان تعاریف زیر را در تابع هدف مدل برنامه‌ریزی آرمانی گنجانند:

$$F_1^+(d_1^+) = \begin{cases} = 1 & \text{if } (d_1^+) \leq 0 \\ = 0/5 & \text{if } 0 < (d_1^+) \leq 200 \\ = 0 & \text{if } 200 < (d_1^+) \leq 300 \end{cases} \quad F_1^+(d_1^+) = \begin{cases} = 1 - 0/0005 d_1^+ & \text{if } 0 < (d_1^+) \leq 200 \\ = 0 & \text{if } 200 < (d_1^+) \leq 300 \end{cases}$$

$$F_7^-(d_7^-) = \begin{cases} = 1 & \text{if } 0 < (d_7^-) \leq 25 \\ = 1/25 - 0/01 d_7^- & \text{if } 25 < (d_7^-) \leq 125 \\ = 0 & \text{if } 125 < (d_7^-) \leq 300 \end{cases} \quad F_7^-(d_7^-) = \begin{cases} = 1/11 - 0/11 d_7^- & \text{if } 0 < (d_7^-) \leq 100 \\ = 0 & \text{if } 100 < (d_7^-) \leq 225 \end{cases}$$

$$F_7^-(d_7^-) = \begin{cases} = 1 & \text{if } 0 < (d_7^-) = 0 \\ = 0 & \text{if } 0 < (d_7^-) < 100 \end{cases}$$

جهت فرموله نمودن ریاضی این توابع و طرح تابع هدف به مأخذ ۴ مراجعه نمایید.

## ۵. نتیجه

حل هر مسأله تصمیم چندمعیاری مستلزم وجود مجموعه ای از جوابهای ممکن و رجحانهایی تصمیم گیرنده جهت گزینش برترین گزینه می‌باشد. این مقاله با توجه به ادبیات تحقیق به ارزیابی مشکلات و محدودیتهای کاربردی روشهای مختلف برنامه‌ریزی آرمانی پرداخته است. به دلیل امکان وجود توابعی غیر خطی در مسأله و جهت کاهش احتمال خطا در مسیر بررسی جهت انتخاب مدل مناسب برنامه‌ریزی آرمانی، الگوریتم هدایت شده خاصی را با