ارزیابی اثربخشی مدلهای برنامه‌ریزی آرمانی

علی‌اصغر انواری‌رستمی
استادیارمرکز مطالعات مدیریت و بهره‌وری ایران، دانشگاه تربیت مدرس

چکیده

کاربرد تکنیکهای برنامه‌ریزی آرمانی درعمل با مشکلات زیادی همراه است.این مقاله ضمن ارزیابی تکنیکهای برنامه‌ریزی آرمانی درخصوص منعکس نمودن صحیح رجحانهای مورد نظر تصمیم گیرندگان، تکنیکهای مختلف برنامه‌ریزی آرمانی را در چارچوبی یکپارچه و منسجم، دسته‌بندی می‌نماید و ویژگیها و محدودیتهای کاربردی هر تکنیک را مورد بررسی قرار می‌دهد همچنین چگونگی و چرایی امکان گمراه شدن تصمیم گیرندگان به دلیل تقریبهای نامناسب توابع مورد بحث و بررسی قرار گرفته و راهکارها و الگوریتم عملکردی مؤثری جهت رویارویی و کمینه سازی اینگونه خطاها ارائه می‌نماید.در نهایت،جهت درک بهتر الگوریتم پیشنهادی، مثالی عددی ذکر شده است.

کلید واژه ها: برنامه‌ریزی آرمانی، تابع ارزشی، اثر بخشی.

۱. مقدمه

اشنایدر جان، حل هر مسألهٔ تصمیم چند معیاری را مستلزم تعیین مجموعه فرصتها (جوابهای ممکن) وتوابع رجحان تصمیم گیرنده، می‌داند[۱]. جهت حل مسایلی با اهداف متعدد و خصوصاً متضاد (حل دستگاه «نا»معادلات همزمان) و انجام عملیاتی مقایسه‌ای بین اهداف متعدد- متضاد، از تکنیک برنامه‌ریزی آرمانی بهره گرفته می‌شود. پروفسور هنان برنامه‌ریزی آرمانی را تکنیکی ما بین برنامه‌ریزی ریاضی اهداف متعدد (بدون پرسیدن رجحانهای تصمیم گیرنده) وتئوری چند معیاری مطلوبیت (در جایی که مقادیر پارامترهای مختلف باید تعیین شوند) قرار می‌دهد[۲]. انتقادات متعددی در خصوص تکنیک برنامه‌ریزی آرمانی وجود دارد؛ یکی از مهمترین ایرادات وارد بر آن، اثر بخش نبودن این تکنیک در

دوره ۵، شماره ۲، تابستان ۱۳۸۰

ملحوظ نمودن صحیح رجحانها وخواسته هـای واقعـی تصمیـم گـیرندگـان، می‌باشـد؛ چـون وزنهای نسبی اهمیت اهداف مختلف در برنامه‌ریزی آرمانی، به منزلـه نوعـی تـابع مطلوبیـت تلقی می‌شود. گروهی نظیر روزنتال معتقدند که: این وزنـها در غـالب مـوارد، محیـط واقعـی تصمیم‌گیری را بیان نمی‌نمایند[۳].

سؤالات مهم واساسی در این مقاله عبارتند از:

۱. آیا تکنیک های برنامه‌ریزی آرمانی، قادر به انعکـاس صحیـح توابـع مطلوبیـت تصمیـم گیرندگان می‌باشند؟

۲. در صورت منفی بودن جواب سؤال اول، مهمترین محدودیتـها و مشـکلات موجـود در این زمینه، کدامند؟ و چگونه می‌توان این مشکلات و محدودیتها را رفع نموده و یـا بـه حداقـل رساند؟

این مقاله پاسخی به سؤالات فوق می‌باشد و الگوریتمی رو در رو و هدایت کننده را جهت اثربخش نمودن مدلهای مختلف برنامه‌ریزی آرمانی ارائه می‌نماید؛ همچنین، مثـالی عـددی از این الگوریتم را تشریح و در نهایت نتایج حاصله و دیدگاههای نهایی را ارائه می‌نماید.

۲.مروری بر ادبیات تحقیق

جهت رفع مشکلات موجود در تعریف توابع رجحان مناسب برای تصمیم گیریها و تعیین نرخ تبادل یا جانشینی مناسب برای اهداف متضاد نسـبت بـه هـم، روشـهای مختلفـی ارائـه شـده است[۸،۲،۷،۶،۵،٤]. اشنایدرجان، مدلهای برنامه‌ریزی آرمانی را در دو نوع مدل «اولویتـی یـا لکزیکوگرافیکی» و مدل «وزنی غیر اولویتی» جای می‌دهد و سایر مدلهای برنامه‌ریزی آرمانی را ترکیبی از این دو می‌داند؛ در مدل نوع اول، اهداف به ترتیب اولویتشان به صورت نردبانی، بهینه می‌شوند ودر مدل نوع دوم، وزنها بیانگر اهمیت نسبی اهداف بوده و با تعیین این وزنها برای کلیهٔ اهداف (که در یک سطح اولویتی هستند) بـه طـور همزمـان بهینـه می‌شـوند. هنـان، اولین مرحله تحلیلگر را تعریف تابع ارزشی می‌داند که مقادیر آن، بیانگر دیـدگاهـهای واقعـی تصمیم گیرنده است[۱]. بحثهای بسیار ارزشـمندی در خصـوص تـابع ارزش را می‌تـوان در مأخذ ۹ این مقاله یافت که هدف اصلی آن، تشریح نحوهٔ تعیین توابع ارزش مناسب و در عیـن حال ساده برای تصمیم‌گیریهای پیچیده می‌باشد.

محاسبات برنامه‌ریزی آرمانی در جهت کمینه سازی شکاف میان سطح قابل دستیابی بـه اهداف و آرمانهای موضوعه جهت این اهداف می‌باشد. با تعریف gi به عنـوان سـطح آرمـانی

برای i امین هدف $(i = 1,2, \ldots m)$, aij به عنوان مـیزان مشـارکت j امیـن متغـیر در i امیـن هدف $(j = 1,2, \ldots n)$، می‌توان به ازای هر جواب عملی $x=(x_1,x_2,\ldots,x_n)\in(X)$ یک انحراف را با رابطهٔ $d_i = \left|\sum_{j=1}^{n} a_{ij}X_j - g_i\right|$ محاسبه نمود (در جایی که (X) مجموعـه جوابـهای ممکـن است).

انحراف کمتر بر بیشتر (مشابهاً هدف رسی بیشتر بر کمـتر) ارجـح اسـت؛ بنـابراین تـابع جزیی پیوسته و ارزشی $V(d_i)$ برحسب گزینه $x=(x_1,x_2,\ldots,x_n)\in(X)$ و متغـیر انحرافـی (d_i) تابعی نزولی (مشابهاً برحسب میزان هدف رسی یا متغیر g_i صعودی) خواهـد بـود؛ بـه بیـان ریاضی:

$$\frac{\partial v(d_i)}{(d_i)} < 0, \quad \frac{\partial v(g_i)}{(g_i)} > 0$$

$$V(g_i)\in[0,1] \Rightarrow V(g_i) = \begin{cases} 1 & if \quad g_i \max \\ 0 & if \quad g_i = 0 \end{cases} \qquad V(d_i)\in[0,1] \Rightarrow V(d_i) = \begin{cases} 1 & if \quad d = 0 \\ 0 & if \quad d_i = \max \end{cases}$$

بهره‌گیری از روش تابع ارزش در مدلـهای برنامـه‌ریزی آرمـانی، مسـتلزم تعییـن تـابعی مقداری جهت ارزش گذاری یک راه حل یا گزینه برحسب معیارها یا اهداف متعدد می‌باشد.

تعریفی عمومی از تابع ارزش برای مدلهای خطی برنامه‌ریزی آرمانی به شرح زیر است:

$$TV(d) = \sum_{i=1}^{m} V(d_i) = V(d_1^+, d_2^+, \ldots, d_m^+, d_1^-, d_2^- \ldots, d_m^-)$$

$$TV(g) = \sum_{i=1}^{m} V(gi) = V(g_1, g_2, \ldots, g_m)$$

در جایی کـه TV(d) وTV(g) توابـع کـل ارزش و V(d*i*) وV(g*i*) توابـع جزئـی بـه ترتیـب برحسب متغیرهای انحرافـی وسـطح هـدف رسـی می‌باشـند، تعـدادی از توابـع مـهم نزولـی برحسب متغیرهای انحرافی وصعودی برحسب سطح هدف‌رسی به شرح زیر خواهندبود:

برای بعضی از توابع غیرخطی، نظیر توابع درجه دوم، الگوریتمها و نرم افزارهای کارایی وجود دارد؛ ولی برای توابعی با درجات بالاتر، ناگزیر بـه بـهره گـیری از مدلـهای غـیرخطی برنامه‌ریزی آرمانی می‌باشیم یا آنکه باید این توابع را به طوری صحیح و دقیق با چنـد جـزء خطـی تقریـب زد و سـپس از مدلـهای خطـی برنامـه‌ریزی آرمـانی اسـتفاده نمـود. مثـالی از رفتارهای سرمایه‌گذار که تنها با توابع غیر خطی درجات بالا به خوبی بیان شده را می‌تـوان، در مطالعه پرات یافت[۱۰].

در بعضی از موارد تصمیم گیرنده، قادر به بیان دقیقی از سطوح آرمانهای مدل نمی‌باشد؛ در چنین مواقعی، از روش فازی می‌توان بهره گرفت وسطوح آرمانهای غیر دقیق را در مدل خطی برنامه‌ریزی آرمانی گنجاند و مسأله را با بهره گیری از پاره خطهای متعدد حل نمود[۸،۱۱].

مشکل دیگر این است که وقتی تصمیم گیرنده با چند معیار تصمیم متفاوت مواجه است، ممکن است توان پیروی از قواعد منطقی را از دست بدهد؛ دلیل آن نیز این است که او ممکن است با جنبه هایی از مسأله مواجه شود که در حالت ساده بودن مسأله شاید به آنها توجه نمی‌کرده است واین موضوع، تعریف تابع مطلوبیت مناسب برای تصمیم گیرنده (تابع هدف) را دچار مشکل می‌سازد.

۳. الگوریتم پیشنهادی

همانگونه که درابتدای مقدمه ذکر شد، جهت حل هر نوع مسأله تصمیم چند معیاری به تعیین مجموعه فرصتها (جوابهای ممکن) و توابع رجحان تصمیم گیرنده نیاز است؛ انتخاب بهترین جواب از میان مجموعه فرصتها منوط به تعریف رجحانهای تصمیم گیرنده است؛ روشهای مختلفی جهت تعریف توابع رجحان و به کارگیری آنها در مدلهای مختلف برنامه‌ریزی آرمانی طرح شده‌اند و هر یک از آنها، جز روش عمومی‌تابع ارزش، قابلیت کاربرد محدود و خاصی دارند. نکتهٔ مهم در کار تحلیلگر، انتخاب مدل مناسب برنامه‌ریزی آرمانی و تعریف دقیق محیط تصمیم، بالأخص تابع هدف مدل، می‌باشد. تعیین اینکه مدل مناسب، برای مسأله تصمیم؛ ۱) مدل اولویتی یا لکزیکوگرافیکی است؟ ۲) مدل وزنی غیر اولویتی است؟ ۳) مدل وزنی – و الویتی است؟ ٤) و یا مدل عمومی تابع ارزش است؟ حایز اهمیتی فراوان است. اعمال الگوریتم عملکرد پیشنهادی زیر، اثر بخشی مدل را افزایش وخطاهای احتمالی را کاهش خواهد داد.

۱. معیارهای مسأله تصمیم گیری کدامند $\{C_1,C_2,\dots,C_m\}$؟

۲. زمانی که مقایسهٔ دو به دو مقدور و مطلوب است، فهرستی از کلیهٔ زوجهای ممکن از معیارهای تصمیم را تهیه و جهت مقایسه در اختیار تصمیم گیرنده قراردهید. $\{C_1\Leftrightarrow C_2\ \ ,C_1\Leftrightarrow C_3,\dots,C_1\Leftrightarrow C_m,\dots,C_{m-1}\Leftrightarrow C_m\}$. نتایج مقایسات را به صورت $\{C_i>C_j\}\text{for } i\neq j\}$ مرتب نموده و معیارها را برحسب تعداد دفعات قرار گرفتن آنها در سمت بزرگتر مقایسات زوجی از مهمترین تا کم اهمیت ترین رتبه‌بندی نمایید و به مرحلهٔ بعد بروید.

۳. از بین زوجهای رتبه‌بندی شده کدام معیارها بی‌بدل یا بی‌جایگزینند؟ به عبارتی دیگر، نرخ نهایی جانشینی برای کدام هدف (اهداف) بی‌نهایت است؟ آنها را به ترتیب اهمیتشان، استخراج نموده وبه شکل $\{P_1>>>P_2>>\dots>>>P_L\}$ مرتب نمایید؛ در جایی که نماد $\{P_i>>>P_j\}$ به معنی بسیار با اهمیت‌تر بودن معیار یا هدف i به j می‌باشد. اگر $L=m$ باشد خواهیم داشت $\{P_1>>>P_2>>\dots>>>P_m\}$ که همانا مدل اولویتی یا لکزیکو گرافیکی است. اگر $L>m$ باشد به مرحله بعدی بروید.

٤. اگر کلیهٔ $[m-L]$ معیار اهمیتشان به طور کمی قابل مقایسه باشند و تصمیم‌گیرنده در پی تعیین نرخ تبادل یا جایگزینی ثابتی برای معیارهای مختلف تصمیم باشد، فهرستی زوجی از کلیهٔ $[m-L]$ معیاررا جهت مقایسهٔ اهمیت معیارها (از ساده‌ترین زوج تا مشکل‌ترین زوج) تهیه و در اختیار تصمیم‌گیرنده قرار دهید؛ از ساده‌ترین زوج، شروع نموده و از تصمیم‌گیرنده بپرسید که آیا معیار i حداقل t مرتبه از معیار j مهمتر است؟ اگر خیر، آیا معیار i حداقل $t-s$ مرتبه $(t>s)$ از معیار j مهمتر است؟ و الی آخر.

٥. با روش مقایسه زوجی فوق می‌توان به $\{W_1>>>W_2>>\dots>>>W_f\}$ دست یافت؛ اگر $L=0$ و $f=m$ باشد، خواهیم داشت $\{W_1>>>W_2>>\dots>>>W_m\}$ ؛ که همانا مدل وزنی و غیر اولویتی است. اگر $L>0$ و $L+f=m$ باشد، با مدل وزنی – اولویتی روبرو هستیم؛ اگر $L>0$ و $f>0$ و $L+f<m$ باشد، دال بر وجود معیارهایی است که نرخ جانشینی ثابتی ندارند. در اینگونه موارد به مرحلهٔ بعدی بروید[۱۲].

٦. زمانی که تعیین وزنهای اهمیت نسبی برای تصمیم‌گیرنده مشکل بوده و تفسیر این وزنها گمراه‌کننده است و یا زمانی که هزینهٔ مقایسات دو به دو اقتصادی نیست، می‌توان از روش عمومی تابع ارزش بهره گرفت؛ در این روش برای هر معیار، تابع ارزشی خاص تعریف نموده و هدف مدل، حداکثر نمودن سطوح دستیابی به اهداف است. تفاوت این روش با روش فازی، نه در فرموله‌سازی ریاضی، بلکه اساساً در فلسفه‌ای است که داده‌های تصمیم گیرنده را تحت تاثیر قرار می‌دهد؛ بنابراین روش، برای هر هدف I و هر جفت از اقدامات $(x,y)\in X^2$ می‌توان تابعی به شکل $P_i(x,y)$ در نظر گرفت که میزان رجحان تصمیم‌گیرنده را در ارتباط با (x,y) اندازه گیری می‌نماید؛ به نحوی که خواهیم داشت:

$Pi(x,y) = 0$ for indifference, $f_I(x) \cong f_i(x)$

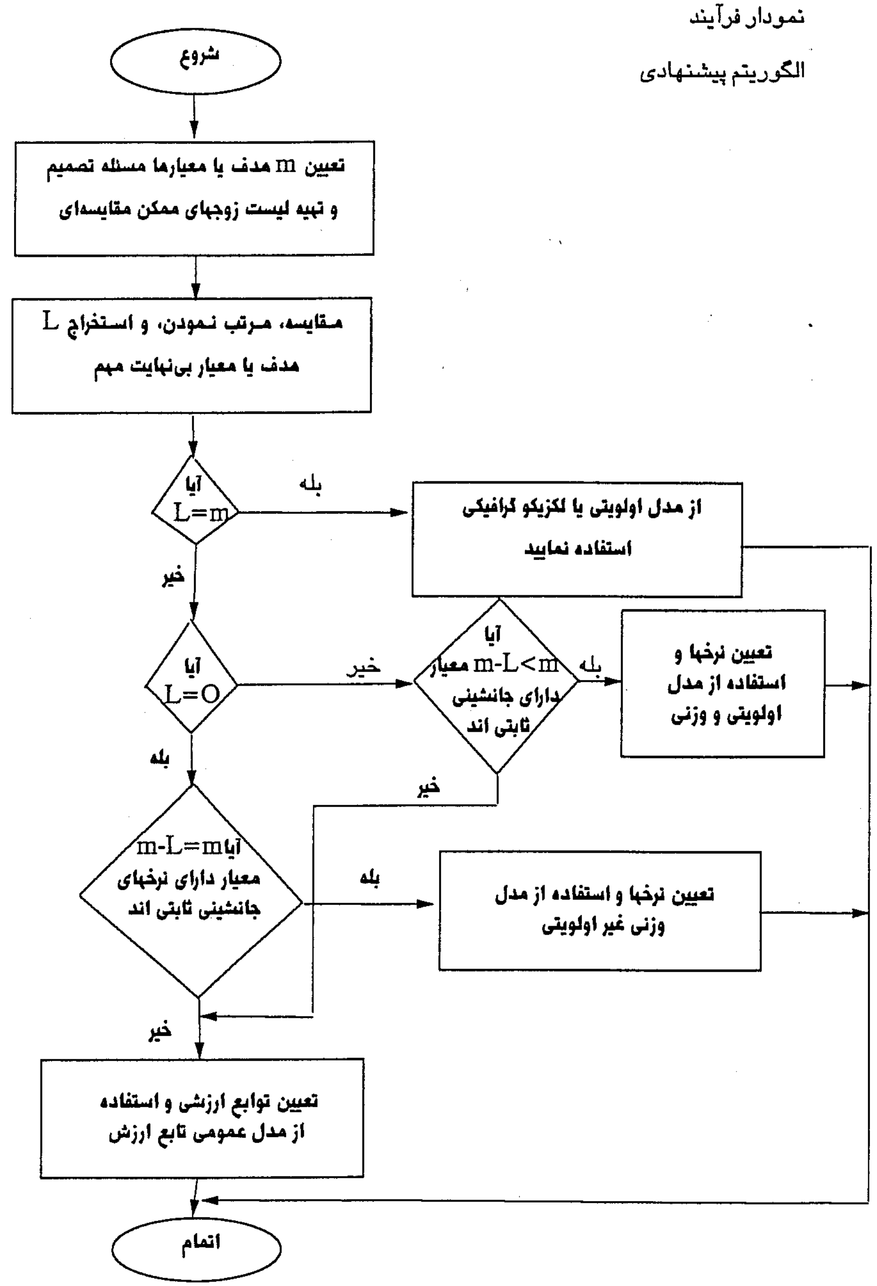
$P_i(x,y) \cong 0$ for weak preference, $f_i(x) > f_i(x)$

$P_i(x,y) \cong 1$ for strong preference, $f_i(x) >> f_i(x)$

$P_i(x,y) = 1$ for strict preference, $f_i(x) >>> f_i(x)$

نمودار فرآیند

الگوریتم پیشنهادی



در جایی که:

$$f_i(y) = \sum_{j=i}^{n} a_{ij} Yj, \quad f_i(x) = \sum_{j=i}^{n} a_{ij} Xj$$

با تعریف $d_i = f_i(x) - f_i(y)$ به عنوان محاسبهٔ تفاوت در عملکرد میان عمل، اقدام، یا گزینه X,Y در ارتباط با معیارi، تابع عملکرد $P_i(x,y)$ را می‌توان با تابع ارزش $\bar{F}(d_i)$ بیان نمود؛ $\bar{F}(d_i)$ بیانگر رجحانهای تصمیم گیرنده است؛ به طوری که به سادگی برای او قابل درک است.

روش عمومی‌تابع ارزش در پی حداکثر نمودن $MaxZ = \sum_{i=1}^{m} (F_i^+ d_i^+ + F_i^- d_i^-)$ می‌باشد. ارزش Z را می‌توان به درصد تحقق آرمانهای وضع شده توسط تصمیم‌گیرنده تعبیر نمود. مقدار Z بین ۰ تا m است و m همانا تعداد معیارها یا اهداف مسأله است. هر چه Z به m نزدیکتر باشد، تصمیم‌گیرنده راضی‌تر خواهد بود. نمودار زیر فرایند فوق را تشریح می‌نماید:

۴. مثال عددی

جهت تشریح روش پیشنهادی، مسأله تصمیم‌گیری تولید مندرج در مأخذ ٤ را برگزیده ایم. معیارهای تصمیم در این مسأله عبارتند از$\{C_1,C_2,\ldots,C_n\}$,m=۵ مرحله بعد، تهیه لیست زوجهای ممکن از معیارها به شرح $\{C_1 \Leftrightarrow C_2, C_1 \Leftrightarrow C_3 \ldots, C_1 \Leftrightarrow C_5, \ldots, C_{5-1} \Leftrightarrow C_5\}$ و ارائه آن به تصمیم گیرنده است. یکی از نتایج احتمالی این مقایسات را به صورت زیر، در نظر بگیرید:

$$\{C_1>C_2, C_1>C_3, C_1<C_4, C_1<C_5, C_3>C_2, C_2<C_4, C_2<C_5, C_3<C_4, C_3<C_5, C_4>C_5\}$$

با مرتب کرد برحسب رابطه $i \neq j$ برای $\{C_i>C_j\}$ خواهیم داشت:

$$\{C_1>C_2, C_1>C_3, C_4>C_1, C_5>C_1, C_3>C_2, C_4>C_2, C_5>C_2, C_4>C_3, C_5>C_3, C_4>C_5\}$$

C_4 چهاربار، C_5 سه بار، C_3 یک بار در سمت بزرگتر قرار گرفته اند؛ بنابراین معیارها را می‌توان برحسب اهمیتشان به شرح $\{C_4,C_5,C_1,C_3,C_2\}$ رتبه‌بندی نمود و به گام بعدی رفت.

چه معیارهایی به دلیل اهمیت بی حدشان بی‌جایگزین هستند؟ اگر به ترتیب، همهٔ آنها بی‌جایگزین باشند، می‌توان نوشت:

$\{P_1>>>P_2>>\ldots>>>P_m\} = \{C_4>>>C_5>>>C_1>>>C_3>>>C_2\}$ در جایی که $L = m$ اگر $L = 0$ به گام بعدی می‌رویم.

فرض کنید C_4 دومرتبه مهمتر از C_5 و C_1، نه مرتبه مهمتر از C_2 و C_5 نه مرتبه مهمتر از C_3 و C_2 دو مرتبه مهمتر از C_2 می‌باشد. با بهره‌گیری از روش فرآیند تجزیه و تحلیل سلسله

مراتبی یا AHP می‌توان به بردار وزنهای اهمیت نسبی معیارها یا اهداف به شرح W = (٠/٤٢٠,٠/٣٠٨,٠/١٩١,٠/٠٤٨,٠/٠٣٤) دست یافت.

اگر ١ = ٠ < L باشد، یعنی C_4 مطلقاً مقدم براهداف دیگر باشد و C_5 پنج مرتبه مهمتر از C_1، هفت مرتبه مهمتر از C_3، سه مرتبه مهمتر از C_2 بوده، C_1 شش مرتبه مهمتر از C_3 و C_2 پنج مرتبه مهمتر از C_3 باشد، با بهره‌گیری از روش فرآیند سلسله مراتبی یا AHP می‌توان به بردار وزنهای اهمیت نسبی چهارمعیار یا هدف به شرح W= (٠/٥٥٧,٠/٢٨٥,٠/١٠٢,٠/٠٥٦) دست یافت؛ در نهایت می‌توان مدل وزنی واولویتی را برپا نمود. اگر L,f> ٠ و L + f < m و نرخهای جانشینی متغیر باشند، روش موثر، همانا روش عمومی تابع ارزش می‌باشد. با فرض وجود توابعی به شرح زیر برای هر هدف یا معیار تصمیم می‌توان تعاریف زیر را در تابع هدف مدل برنامه‌ریزی آرمانی گنجاند:

$$F_1^+(d_1^+)\begin{cases} =1 & if\ (d_1^+) \le 0 \\ =0.5 & if\ 0 < (d_1^+) \le 200 \\ =0 & if\ 200 < (d_1^+) \le 300 \end{cases}$$

$$F_2^+(d_2^+)\begin{cases} =1-0.005\ d_2^+ & if\ 0 < (d_2^+) \le 200 \\ =0 & if\ 200 < (d_2^+) \le 250 \end{cases}$$

$$F_2^-(d_2^-)\begin{cases} =1 & if\ 0 < (d_2^-) \le 25 \\ =1.25-0.01\ d_2^- & if\ 25 < (d_2^-) \le 125 \\ =0 & if\ 125 < (d_2^-) \le 300 \end{cases}$$

$$F_3^-(d_3^-)\begin{cases} =1.11-0.11\ d_3^- & if\ 10 < (d_3^-) \le 100 \\ =0 & if\ 100 < (d_3^-) \le 240 \end{cases}$$

$$F_4^-(d_4^-)\begin{cases} =1 & if\ < (d_4^-) = 0 \\ =0 & if\ < (d_4^-) < 100 \end{cases}$$

جهت فرموله نمودن ریاضی این توابع و طرح تابع هدف به مأخذ ٤ مراجعه نمایید.

٥.نتیجه

حل هر مسأله تصمیم چندمعیاری مستلزم وجود مجموعه ای از جوابهای ممکن و رجحانهای تصمیم گیرنده جهت گزینش برترین گزینه می‌باشد. این مقاله با توجه به ادبیات تحقیق به ارزیابی مشکلات و محدودیتهای کاربردی روشهای مختلف برنامه‌ریزی آرمانی پرداخته است. به دلیل امکان و جود توابعی غیر خطی در مسأله و جهت کاهش احتمال خطا در مسیر بررسی جهت انتخاب مدل مناسب برنامه‌ریزی آرمانی، الگوریتم هدایت شده خاصی را با

مثالی عددی پیشنهاد و مورد بررسی قرار دادیم. در این الگوریتم، تصمیم گیرنده در مرحله‌های متوالی، حضوری فعال داشته و تحلیلگر در مسیر بررسی با طرح سؤالاتی متعدد اقدام به انتخاب مدل مناسب جهت تصمیم‌گیری می‌نماید. مسیر الگوریتم طوری طراحی شده که ابتدا از مدلهای کلاسیک (١. مدل اولویتی یا لکزیکوگرافیکی ٢. مدل وزنی و غیراولویتی، ٣. مدل وزنی و اولویتی) عبور نموده و در نهایت به روش عمومی‌تابع ارزش منتهی می‌گردد.

٦.منابع

[1] Schniederjans M.J.; "Goal Programming Methodology and Application", Kluwer Academic Publishers, 1995.

[2] Hannan E.L., "An Assessment of some Criticism of GP", *Computer and Operations Research,* Vol. 14, 1985, PP. 227-229.

[3] Rosenthal E.R., "Goal Programming-A Critiqe", *New Zealand Operational Redearch,* Vol. 11, 1983; PP. 133-152.

[4] Anvary Rostamy, A.A. and Tabatabaie, "Appraising the Effectiveness of GP in Incorporating the Decision Maker (DM)'s Preferences", *Journal of the Operations Research Society of Japan*, Vol. 41, 1998, No. 2, PP. 279-288.

[5] Charnes A., and W.W. Cooper, "Goal Programming and *Multiple Objective Optimization", European Journal of operational Research,* Vol. 1, 1977. PP. 39-54.

[6] Gass S.I., "The Setting of Weights in Linear Goal Programing", *Computer and Operations Research,* Vol. 14, 1987, PP. 227-229.

[7] O'Leary D.E., and J.H. O'Leary,"The Use of Conjoint Analysis in the Determination of GP Weights for a Decision Support System", In Decision Making with Multiple Objectives.Y.Y.Haimes and V. Chankong Eds. Springer, New York, 1984, pp.287-299.

[8] Sakway M.,"Interactive Fuzzy Goal Programming for Multi objective Nonlinear Programming Problems and Its Application to Water Quality Management, Control and Cybernetics", Vol. 13, 1984, PP. 217-228.

[9] Keeney R.L., and H. Raiffa,"Decision with Multiple objectives: Preferences and Value Tradeoffs", Cambridge University Press; 1993.

[10] Pratt J.W.,"Riak Aversion in the Small and in the Large", *Econometrica,* Vol. 32, 1964, PP. 1121-1132.

[11] Hannan E.L. "Linear Programming with Multiple Fuzzy Goals, *Fuzzy and Systems,* Vol. 6. 1981, PP. 279-288.

[12] Takeda E., and P.L. Yu,"Assessing Priority Weights from Subsets of pairwise Comparision in Multiple Criteria Optimization Problems", *European Journal of Operational Research,* Vol. 86, 1995; PP. 122-136.