

نگاشت‌شناخت فازی رویکردی نوین در مدلسازی نرم:

مدلسازی بودجه‌ریزی در مرکز آمار ایران

عادل آذر^{۱*}، خدیجه مصطفایی^۲

۱. استاد گروه مدیریت، دانشکده مدیریت و اقتصاد، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران
۲. کارشناس ارشد مدیریت صنعتی، دانشکده مدیریت و اقتصاد، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران

پذیرش: ۹۱/۳/۱۷

دریافت: ۹۰/۱۲/۱۵

چکیده

امروزه سازمان‌ها با رشد پیچیدگی و پویایی محیطی ناگزیر هستند زمان تصمیم‌گیری شقوق متعدد مسائل را مد نظر قرار دهند. موفقیت در مسائلی چون ارزیابی چندین بدیل و انتخاب گزینه برتر متأثر از توان تصمیم‌گیرندگان در شناسایی کامل و دقیق معیارهای ارزیابی و نیز بدیل‌ها ممکن می‌باشد. در حوزه نرم تحقیق در عملیات فنون کارامدی از جمله روش‌های MADM برای مقایسه و ارزیابی بدیل‌ها ارائه شده است، در صورتی که تلاش کم‌تری به روش‌های مدلسازی نرم به‌منظور شناسایی شاخص‌ها و متغیرهای مؤثر بر فضای تصمیم‌گیری معطوف شده است.

نگاشت‌شناختی روشی است که به‌خوبی می‌تواند این نیاز مهم در حوزه تحقیق در عملیات نرم را مرتفع سازد. نگاشت‌شناختی فازی علاوه بر فراهم کردن امکان شناسایی عوامل، با استفاده از روابط جبری تصمیم‌گیرنده را قادر می‌کند تا از روابط علی بین عوامل و نیز جهت و قدرت نسبی این رابطه‌ها به‌خوبی شناخت پیدا کند، همچنین مدلی متشکل از عوامل اصلی تصمیم و روابط آشکار و پنهان آن‌ها به‌دست می‌دهد. در تحقیق حاضر به ابعاد مختلف روش مذکور پرداخته شده است و با انتخاب مرکز آمار ایران به عنوان مورد مطالعه از نگاشت‌شناختی فازی در تهیه نقشه شناخت عملیات مرکز و ارائه مدلی برای تخصیص بودجه بر مبنای عملکرد استفاده شده است.

در این راستا عناصر پیوستار ورودی، فرایند، خروجی و پیامدها شناسایی شدند و با محاسبه میزان تأثیر غیرمستقیم هر فرایند بر تحقق موفقیت‌آمیز پیامدها، فرایندهای مذکور از منظر تخصیص بودجه رتبه‌بندی شدند.

کلیدواژه‌ها: تصمیم‌گیری، مدلسازی نرم، نگاشت‌شناختی، فازی، بودجه‌ریزی.

۱- مقدمه

مسئله بودجه‌ریزی در سازمان را می‌توان از انواع مسائل تصمیم‌گیری سازمانی به حساب آورد که فرایند آن رویکردی نیمه‌ساخت یافته دارد؛ زیرا علی‌رغم وجود مدل‌های ریاضی که به‌وسیله محققان مختلف برای مسئله تخصیص بودجه پیشنهاد شده است، مسئله تخصیص بودجه تحت تأثیر عوامل کیفی مانند انتظارات مدیران و تصمیم‌گیران است [۱]. از طرف دیگر زمان‌بر بودن فرایند بودجه‌ریزی و انعطاف نداشتن روش‌های موجود، هم‌چنین پیچیده بودن مدل‌های ریاضی پیشنهاد شده برای آن ضرورت به‌کارگیری رویکردی جدید درباره حل مسئله بودجه‌ریزی را نشان می‌دهد [۲].

۲- نگاهت شناختی

نگاشت‌شناختی روشی است که در حوزه‌های تحقیقاتی بسیاری از جمله پزشکی، محیط‌زیست، علوم مهندسی، اقتصاد و مدیریت مورد استفاده قرار گرفته است هر چند از زمان ورود آن به حوزه مسائل مدیریتی کمتر از دو دهه می‌گذرد. این روش - که در دسته روش‌های نرم تحقیق در عملیات قرار می‌گیرد - ابزاری قوی در شبیه‌سازی‌های سیستمی می‌باشد [۳، صص ۱۱۵۰-۱۱۵۴؛ ۴، صص ۶۶۴-۶۵۹]. هم‌چنین از نگاهت‌شناختی برای شناسایی شاخص‌های عملکرد و موفقیت [۵، صص ۳۳۴-۳۵۱؛ ۶، صص ۱۴۴۷-۱۴۵۱؛ ۷، صص ۵۴۳-۵۵۹]، برنامه‌ریزی منابع شرکت [۸، صص ۱۳۷-۱۴۷]، طراحی سناریو [۹] و مدیریت خطرپذیری [۶، صص ۱۴۴۷-۱۴۵۱؛ ۱۰] استفاده می‌شود.

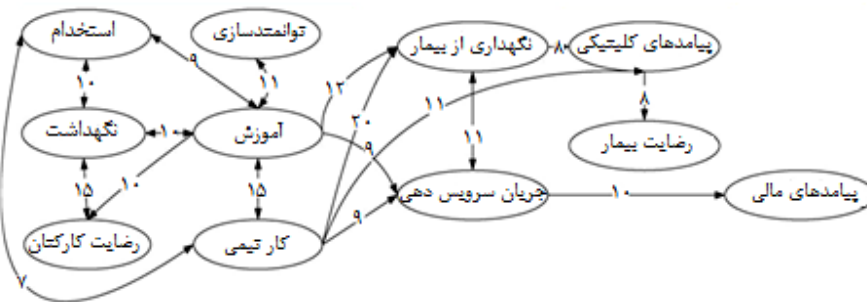
نگاشت‌شناختی علاوه بر این‌که روش مفیدی برای حل مسئله است، به تصمیم‌گیرندگان در تحلیل روابط علی پنهان کمک کرده و دستیابی به جواب مطلوب را تسهیل می‌کند. نقشه شناخت ترکیبی از گره‌هایی است که بیانگر مهم‌ترین عوامل محیط تصمیم‌گیری هستند علاوه بر این نگاهت‌شناختی امکان شناسایی روابط علی مختلف بین گره‌ها را فراهم می‌کند. از این روی می‌توان نقشه‌های شناخت را نوعی مدل قلمداد کرد که قوانین خاصی برای گسترش خود دارند و ویژگی عمده آن‌ها تعریف ساختار سلسله مراتبی برای مسائل تصمیم‌گیری است [۸، صص ۱۳۷-۱۴۷]. نگاهت‌شناختی فازی نوعی متدولوژی کامل‌تر برای مدلسازی سیستم‌های تصمیم پیچیده است که علاوه بر کارکردهای نگاهت‌شناختی، وزن روابط علی را نیز مشخص می‌کند [۵، صص ۳۳۴-۳۵۱].

در ادامه با توجه به قابلیت و انعطاف روش نگاشت‌شناختی فازی در لحاظ کردن عوامل کیفی در مسئله بودجه‌ریزی با تفصیل بیشتر به این روش پرداخته شده و به‌کارگیری آن در مدلسازی بودجه تشریح می‌شود.

نقشه‌های شناخت برای اولین بار در سال ۱۹۴۸ در مقاله تالمن^۱ با عنوان «نقشه‌های شناخت در موش‌ها و انسان‌ها» به منصفه ظهور رسید [۱۱، صص ۱۸۹-۲۰۸]. هدف از این نقشه‌ها آن بود که به‌عنوان مدلی در روان‌شناسی به کار گرفته شوند. از آن به بعد محققان مختلف بازنمایی‌های متعددی از نقشه شناخت توصیف کرده‌اند. در همه این بازنمایی‌ها نقشه شناخت گراف جهت‌داری است مانند مجموعه‌ای از گره‌ها که به‌وسیله یال‌هایی به هم وصل شده‌اند. اما در بازنمایی‌های مختلف مفهوم و معنای گره‌ها و یال‌ها متفاوت است [۱۲، صص ۶۲۶-۶۳۷].

یکی از این بازنمایی‌ها گونه‌ای از نقشه‌های شناخت می‌باشد که آکسلرد^۲ در سال ۱۹۷۶ مورد مطالعه و بررسی قرار داده است. در کتاب وی قدری نزدیک به سیستم‌های پویا، گره‌ها متغیرهایی را نشان می‌دهند که مقادیر خود را از مجموعه‌هایی منظم اخذ می‌کنند و یال‌ها نشان‌دهنده اظهارات علی هستند. آکسلرد دو نوع یال متفاوت معرفی می‌کند: مثبت و منفی. یک یال مثبت از متغیر a به b، به این معناکه افزایش a موجب افزایش b خواهد شد و یک یال منفی از a به b این معنی را می‌رساند که افزایش a موجب کاهش b خواهد شد. حجم بسیار زیادی از ادبیات با نقطه نظرات متعدد از جمله این‌که چگونه چنین نقشه‌ای تشکیل دهیم؟ چگونه آن را تحلیل کنیم؟ و این‌که چگونه با استفاده از این نقشه پیش‌بینی کنیم؟ به این نوع بازنمایی اختصاص داده شده است [۱۳].

یکی از بازنمایی‌های اخیر نقشه‌هایی است که مورد استفاده محققان بسیاری در مدیریت و تصمیم‌گیری گروهی قرار گرفته است؛ به‌عنوان مثالی از این نوع نقشه‌ها در شکل ۱ نقشه‌ای آورده شد که به‌وسیله آبرنتی^۳ و همکارانش ارائه شد [۱۴، صص ۱۳۵-۱۵۵]. این نقشه عملکرد یک سازمان دانش محور را تشریح می‌کند. در این شکل یال‌ها جهت روابط علی را نشان می‌دهند و اعداد روی یال‌ها نمایانگر قدرت نسبی این روابط هستند که در این مثال خاص بر مبنای فراوانی روابط و با استفاده از نرم‌افزار خاصی محاسبه شده‌اند.



شکل ۱ نقشه علی عملکرد یک بیمارستان [۱۴، صص ۱۳۵-۱۵۵]

نقشه‌های شناخت در مدیریت بسیار متفاوت از آن چیزی هستند که آکسلرد بیان کرده است. ادن^۴ یکی از اولین محققان این حوزه است که به‌وضوح این مطلب را بیان می‌کند. ادن بیان می‌کند اغلب روش‌ها از روش نگاهت‌شناختی مطرح شده از سوی آکسلرد تبعیت می‌کنند، یک استثنای روشن در این خصوص رویکردی به نگاهت‌شناختی است که به‌منظور انعکاس تئوری ساخت شخصی^۵ ارائه شده است [۱۲، صص ۶۲۶-۶۳۷]. تئوری ساخت شخصی اولین بار به‌وسیله کلی^۶ مطرح شد [۱۵]. در این تئوری مبنایی برای نشان دادن دیدگاه‌های چندگانه یک فرد ارائه شده است. کلی اظهار می‌کند درک این‌که افراد چگونه محیط خود را سازمان‌دهی می‌کنند نیازمند آن است که خود این افراد ابعاد محیط مورد نظر را تعریف کنند. تئوری ساخت شخصی رشته‌های بسیاری را به وجود آورده است و در رویکرد نگاهت‌شناختی مذکور اولین قدم برای ایجاد نقشه‌های شناخت محسوب می‌شود [۱۶، صص ۱۲۰۱-۱۲۱۷] اگر معنایی مدنظر قرار داده شود که ادن به گره‌ها و یال‌ها اتلاق می‌کند، تفاوت این رویکرد با روش آکسلرد شفاف می‌شود. ادن چنین بیان می‌کند هر قطعه از متن یک ساخت را نشان می‌دهد که این ساخت دو بخش دارد: بخش اول همان قطب معرفی شده ساخت می‌باشد و قطب دوم نقطه مقابل یا مخالف قطب اول از نظر روان‌شناسی است [۱۷، صص ۱-۱۳]. در این رویکرد گره‌ها نشان‌دهنده متغیرهایی که مقادیرشان را از مجموعه‌هایی منظم اخذ می‌کنند، نیستند و یال‌ها اظهارهای علی^۷ مورد نظر آکسلرد نیستند [۱۲، صص ۶۲۶-۶۳۷].

رویکرد ولمن^۷ رویکرد جالب دیگری است که در زمینه نقشه‌های شناخت مطرح شده

است. ولمن نوعی پیکره‌بندی ارائه می‌کند که فنداسیون مفهومی شرکت را به نقشه‌های شناخت تبدیل می‌کند. در این پیکره‌بندی، گره‌ها به صورت متغیرهای تصادفی در نظر گرفته می‌شوند. در این حالت از نقشه شناخت به عنوان یک شبکه احتمالی تعبیر می‌شود که احتمالات در آن ناشناخته‌اند. ولمن چنین نقشه شناختی را یک شبکه احتمالی کیفی می‌خواند. در چنین شبکه‌ای، وجود یک کمان مثبت از متغیر تصادفی a به متغیر تصادفی b به این معنا است که هر چه مقدار اخذ شده به وسیله متغیر a بزرگ‌تر باشد، احتمال این‌که مقدار متغیر b بزرگ باشد، بیش‌تر می‌شود و یک کمان منفی از متغیر تصادفی a به متغیر تصادفی b به این معنا است که هرچه مقدار متغیر a کوچک‌تر باشد، احتمال آن‌که مقدار متغیر b بزرگ باشد، کم‌تر می‌شود [۱۸، صص ۱-۱۲]. محققان رشته‌های مختلف تعاریف متعددی از نگاشت‌شناختی ارائه کرده‌اند که در ادامه به مهم‌ترین آن‌ها پرداخته می‌شود.

۱-۲- تعریف نگاشت‌شناختی

عبارت نگاشت‌شناختی به سه شیوه گوناگون استفاده شده است. در حالت اول به صورت عنوان توصیفی رشته‌ای می‌باشد و به تحقیق پیرامون این مسئله می‌پردازد که افراد چگونه اطلاعات فضایی در مورد یک محیط را فراگرفته، به خاطر می‌سپارند و پردازش می‌کنند. در حالت دوم به عنوان یک عبارت توصیفی برای فرایند اندیشیدن در مورد روابط فضایی به کار رفته است. در حالت سوم به عنوان یک اسم توصیفی برای یک رویکرد روش‌شناسانه به طورکلی در درک شناخت استفاده شده است که این رویکرد شامل ساخت نقشه‌هایی از فرایند شناخت می‌شود [۱۹].

در تحقیق حاضر تعریف سوم از نگاشت‌شناختی مدنظر خواهد بود و در ادامه با توجه به همین رویکرد به دیگر ابعاد نگاشت‌شناختی پرداخته خواهد شد. هر سه تعریف ذکر شده حاصل فرایند نگاشت‌شناختی را نقشه‌ای می‌دانند که در اصطلاح نقشه شناخت نامیده می‌شود.

۲-۲- تعریف نقشه شناخت

محققان و صاحب‌نظران مختلف از دریچه‌های مختلف به این موضوع نگاه کرده‌اند و تعاریف مختلفی برای نقشه شناخت ارائه داده‌اند. هراری^۱ [۲۰] و همکارانش^۲ [۲۱] معتقدند یک نقشه

شناخت نمایشی از تفکر درباره یک مسئله است که از فرایند نگاهت حاصل می‌شود. نقشه‌ها شبکه‌ای از گره‌ها و پیکان‌ها به‌عنوان خطوط ارتباطی هستند (نوع خاصی از گراف جهت‌دار) که جهت پیکان رابطه علیت مورد نظر فرد را نشان می‌دهد. از این رو گاهی وقت‌ها نقشه‌های شناخت با نام نقشه‌های علی شناخته می‌شوند، به‌خصوص زمانی که این نقشه‌ها به‌وسیله یک گروه ساخته می‌شوند، از این رو نمی‌توان ادعا کرد که به شناخت و ادراک یک فرد مربوط می‌باشند [۲۲، صص ۱۹۷-۲۱۰].

کی چینگ و فروندچو^{۱۱} [۱۹] نیز براساس با رویکرد سومی که به نگاهت‌شناختی مطرح می‌کنند، نقشه شناخت را عبارتی توصیفی برای یک نقشه مفهومی از فرایند شناختی یک فرد معرفی می‌کنند که خروجی فرایند روش‌شناسانه نگاهت‌شناختی است. ندکارنی و شنوی^{۱۱} [۲۳، صص ۴۷۹-۴۹۸] نقشه‌های علی را همان نقشه‌های شناخت معرفی می‌کنند که دانش علی افراد در حوزه‌ای خاص را نمایش می‌دهند.

۲-۳- نقشه‌ها شناختی فازی

نتایج روش انگاره‌نگاری شناختی به‌واسطه نمایش محدود روابط برای سیستم‌های پیچیده ناکارآمد بوده است، زیرا عموماً رابطه علیت در سیستم‌های دنیای واقعی به‌صورت بولی (دو ارزشی، بلی و خیر) نمی‌باشد. روابط بسیار پیچیده‌تر از آن هستند که تنها با یک علامت توصیف شوند. این موضوع انگیزه‌ای برای توسعه نقشه‌های شناخت شد.

ده سال پس از آکسلرد در سال ۱۹۸۶، کاسکو^{۱۲} نقشه‌های شناخت فازی را معرفی کرد. اصول این روش از نظر نمایش مدل به صورت مجموعه‌ای از مفاهیم که به‌وسیله روابط به هم وصل شده‌اند، شبیه به رویکرد آکسلرد می‌باشد. در مقایسه با نقشه‌های شناخت، برجسته‌ترین خصوصیت نقشه‌های شناخت فازی به شیوه نمایش روابط علی بین مفاهیم برمی‌گردد. در این نقشه‌ها به جای یک علامت صرف به هر یال یک عدد نسبت داده می‌شود که قدرت رابطه علی مورد نظر را بیان می‌کند. نقشه‌های شناخت فازی روابط را با عبارتهای فازی توصیف می‌کنند؛ به‌عبارت دیگر وزنی که به کمان یک طرفه‌ای از گره A به گره B نسبت داده می‌شود، به صورت کمی بیان می‌کند که مفهوم A تا چه اندازه سبب مفهوم B می‌شود. به‌طور معمول قدرت رابطه بین دو گره (مقدار وزن) در بازه [۱، -۱] نرمال‌سازی می‌شود. مقدار ۱- حداکثر تأثیر منفی و ۱ حداکثر تأثیر مثبت را نشان می‌دهند، و

صفر بیانگر عدم وجود اثر علی است. مقادیر دیگر به سطوح میانی تأثیر مربوط می‌شوند. در نتیجه یک نقشه شناخت فازی با مجموعه‌ای از گره‌ها و کمان‌ها تشریح می‌شود که کمان با وزن‌های آن نمایش داده می‌شوند [۲۴، صص ۳۷۷-۳۹۳].

۲-۴- تعریف عملگرها در روابط علی

نقشه شناخت اطلاعاتی جامع از مفاهیم و روابط علی بین آن‌ها به دست می‌دهد. برخی محققان به تحلیل این روابط، جهت و شدت آن‌ها با استفاده از روابط جبری پرداخته‌اند.

اولین بار اکسلرود روابط جبری را در نقشه‌های شناخت ارائه داد [۱۳]. ناکامورا و همکارانش^{۱۳} نیز در سال ۱۹۸۲ در این زمینه تحقیقاتی انجام دادند [۲۵، صص ۷۶۵-۷۷۷] و آن‌چه در این‌جا می‌آید، تلفیقی از دستاوردهای این محققان می‌باشد. به اعتقاد آن‌ها پیوندهای علی یا همان روابط علی بین دو عقیده (مفهوم) v_i و v_j یکی از هشت مقدار مشخص شده در جدول ۱ را به خود می‌گیرند. یک گره نشانگر یک عقیده (که یک متغیر مفهوم نیز نامیده می‌شود) می‌باشد که می‌تواند یک گره هدف یا فعالیت مربوط به هر یک از عامل‌ها باشد. یک گره هم‌چنین می‌تواند نشانگر مطلوبیت هر یک از عامل‌ها یا مطلوبیت یک گروه یا یک سازمان باشد. یک یال رابطه علی بین دو مفهوم را نشان می‌دهد؛ به عبارتی یک اظهاریه علی چگونگی اثرگذاری یک مفهوم بر دیگری را نشان می‌دهد. متغیر مفهوم در ابتدای یک یال متغیر علت و متغیری که در انتهای یال قرار دارد، متغیر معلول خوانده می‌شود.

یک مسیر از متغیر v_1 به متغیر v_n دنباله‌ای است از گره‌های v_1, v_2, \dots, v_n و یال‌های غیرصفر $v_1, v_2, v_3, \dots, v_{n-1}, v_n$. اگر مسیری تنها از یک نقطه تشکیل شده باشد به آن مسیر بدیهی گفته می‌شود. ماتریس ظرفیت V متعلق به نقشه علی، M ماتریس مربعی است از درجه n که n تعداد مفاهیم در نقشه M است. v_{ij} برچسب یالی است از v_i به v_j در نقشه M . اگر چنین یالی وجود نداشته باشد، آن‌گاه $v_{ij} = 0$.

جدول ۱ انواع روابط علی در نقشه شناخت

روابط علی	توضیحات
$v_i \xrightarrow{+} v_j$	v_i به v_j کمک می‌کند؛ وقوع آن را تسهیل می‌کند؛ تقویت آن را می‌کند و ...
$v_i \xrightarrow{-} v_j$	v_i مانع v_j می‌شود، به آن لطمه می‌زند، آن را به تأخیر می‌اندازد یا برای آن ضرر
$v_i \xrightarrow{0} v_j$	v_i هیچ تأثیری بر v_j ندارد؛ v_i برای v_j بی‌اهمیت یا خنثی است و غیره؛ معمولاً
$v_i \xrightarrow{\oplus} v_j$	v_i ، v_j را به تأخیر نمی‌اندازد؛ به v_j لطمه‌ای وارد نمی‌کند و مانع آن نمی‌شود و
$v_i \xrightarrow{\ominus} v_j$	v_i ، v_j را تقویت نمی‌کند؛ به v_j کمک نمی‌کند؛ هیچ سودی برای v_j ندارد و غیره.
$v_i \xrightarrow{\pm} v_j$	v_i تأثیر غیرمستقیم بر v_j دارد.
$v_i \xrightarrow{?} v_j$	بین متغیرهای v_i و v_j ممکن است روابط مثبت، منفی یا صفر وجود داشته باشد.
$v_i \xrightarrow{a} v_j$	اظهارات متناقضی در مورد یک رابطه واحد وجود دارد، این رابطه، رابطه‌ای دوجنبه‌ای خوانده می‌شود.

در تئوری کلاسیک نقشه‌های شناخت چهار عملگر برای مجموعه روابط علی (C) تعریف شده است. این عملگرها اجتماع (\cup)، اشتراک (\cap)، جمع ($|$) و ضرب (*) هستند. قوانین اجتماع و اشتراک به ترتیب با در نظر گرفتن a ، $+$ ، $-$ ، \cdot ، \oplus ، \ominus ، \pm و ؟ به‌عنوان صورت خلاصه شده $\{ \}$ ، $\{ + \}$ ، $\{ - \}$ ، $\{ \cdot \}$ ، $\{ +, - \}$ ، $\{ \cdot, - \}$ ، $\{ \cdot, + \}$ ، $\{ +, - \}$ ، $\{ +, \cdot, - \}$ به‌دست می‌آیند. بنابراین داریم [۱۳؛ ۲۵، صص ۷۶۵-۷۷۷]:

$$\begin{aligned} \ominus &= \cup - & \oplus &= \cup + \\ ? &= \cup + \cup - & \pm &= + \cup - \\ a &= + \cap \cdot = + \cap - = \cdot \cap - \end{aligned}$$

می‌توان دید که a نشان‌دهنده اظهارات متناقض در مورد یک خط ارتباطی می‌باشد [۲۶، صص ۱۸۱-۲۰۰].

قوانین عملگر جمع در زیر آورده شده‌اند. از این قوانین می‌توان جدول ۲ را به‌دست آورد که نتیجه به‌کارگیری عملگر جمع برای هر جفت از روابط علی را نشان می‌دهد.

$$\forall x, y \in C$$

$$۱) \cdot | y = y, \quad ۴) + | - = ?$$

$$۲) a | y = y, \quad ۵) do \cup,$$

$$۳) y | y = y, \quad ۶) x | y = y | x$$

قانون شماره یک بیان می‌کند که جمع هر رابطه علی هم‌چون y با رابطه 0 برابر با y خواهد بود؛ به عبارتی اگر بین دو گره از یک مسیر رابطه مثبت شناسایی شود و از مسیری دیگر یک رابطه خنثی شناسایی شود، بیان می‌شود که در مجموع گره‌های مذکور با هم رابطه مثبت دارند.

براساس قانون دوم اگر در یک مسیر رابطه بین متغیرهای v_i و v_j به صورت متناقض ارزیابی شود (در حالی که مسیری دیگر بیانگر رابطه معین y است) آن‌گاه برآیند رابطه دو متغیر برابر y خواهد بود. قانون سوم بیان می‌کند که جمع دو رابطه مشابه مانند y همان y خواهد بود. قانون چهارم درخصوص جمع یک رابطه مثبت و یک رابطه منفی است که با ؟ نشان داده می‌شود. قانون ششم این مطلب را تبیین می‌کند که عملگر جمع کار اجتماع را انجام می‌دهد و قانون آخر نیز به خاصیت جابه‌جایی عملگر جمع اشاره دارد.

جدول ۲ قوانین عملگر جمع

	a	\cdot	$+$	$-$	\oplus	\ominus	\pm	$?$
a	a	a	a	a	a	a	a	a
\cdot	a	\cdot	$+$	$-$	\oplus	\ominus	\pm	$?$
$+$	a	$+$	$+$	$?$	$+$	$?$	$?$	$?$
$-$	a	$-$	$?$	$-$	$?$	$-$	$?$	$?$
\oplus	a	\oplus	$+$	$?$	\oplus	$?$	$?$	$?$
\ominus	a	\ominus	$?$	$-$	$?$	\ominus	$?$	$?$
\pm	a	\pm	$?$	$?$	$?$	$?$	\pm	$?$
$?$	a	$?$	$?$	$?$	$?$	$?$	$?$	$?$

در زیر قوانین ضرب و جدول به دست آمده از این قوانین ذکر شده است.



جدول ۳ قوانین عملگر ضرب

*	a	\cdot	$+$	$-$	\oplus	\ominus	\pm	$?$
a	a	\cdot	a	a			a	
\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot	\cdot
$+$	a	\cdot	$+$	$-$	\oplus	\ominus	\pm	$?$
$-$	a	\cdot	$-$	$+$	\ominus	\oplus	\pm	$?$
\oplus		\cdot	\oplus	\ominus	\oplus	\ominus	$?$	$?$
\ominus		\cdot	\ominus	\oplus	\ominus	\oplus	$?$	$?$
\pm	a	\cdot	\pm	\pm	$?$	$?$	\pm	$?$
$?$		\cdot	$?$	$?$	$?$	$?$	$?$	$?$

برخی سلول‌های جدول ۳ خالی هستند، زیرا قوانین ضرب در این سلول‌ها منجر به برخی نتایج متناقض می‌شود. برای نمونه براساس قانون سوم ضرب $a * \oplus = a$. در این صورت با استفاده از قوانین دوم تا ششم ضرب و در نظر گرفتن معادله‌های ۱ و ۲ داریم:

$$a * \oplus = a * (\cdot \cup +) = a * \cdot \cup a * + = \cdot \cup a = \cdot$$

به عبارت دیگر سیستم سازگاری ندارد [۲۶، صص ۱۸۱-۲۰۰]. در اینجا علی‌رغم این اشکال بزرگ به توضیح مقصود این عملگرها پرداخته می‌شود:

$$\forall x, y \in C$$

$$۱) + * y = y, \quad ۴) - * - = +$$

$$۲) \cdot * y = \cdot, \quad ۵) * do \cup,$$

$$۳) a * y = a, \quad ۶) x * y = y * x.$$

$$\text{if } y \neq \cdot,$$

براساس قانون اول ضرب، رابطه + در هر رابطه‌ای (y) که ضرب شود، حاصل y خواهد بود؛ به عبارتی رابطه + در عملگر ضرب عضو بی‌اثر است. قانون دوم بیان می‌کند که حاصل ضرب هر رابطه‌ای چون y در رابطه \cdot برابر با \cdot خواهد بود. براساس قانون سوم اگر $y \neq \cdot$ آن‌گاه حاصل ضرب y در رابطه‌ای که اظهارات متناقض پیرامون آن وجود دارد (a) برابر با a می‌باشد. قانون چهارم به مثبت بودن حاصل ضرب دو رابطه منفی اشاره دارد.

قانون پنجم بیان می‌کند که عملگر ضرب روابط علی خاصیت اجتماع دارد و در نهایت قانون ششم خاصیت جابه‌جایی در عملگر ضرب را مطرح می‌کند.
 از عملگر ضرب برای محاسبه آثار غیرمستقیم استفاده می‌شود؛ به‌طور مثال از $v_k \rightarrow v_j \rightarrow v_i$ استنباط می‌شود که v_i بر v_k اثر غیرمستقیم مثبت دارد. با توجه به مجموعه روابط علی (C) و تفاسیر آن، قوانین شش‌گانه ضرب نسبتاً منطقی به نظر می‌رسند؛ به‌عنوان مثال معادله دوم ضرب بیان می‌کند که اگر v_i تأثیری بر v_j نداشته باشد، به‌طور طبیعی v_i هیچ اثر غیرمستقیمی از راه v_j بر v_k نخواهد داشت ($0 * y = 0$) و هیچ تفاوتی نمی‌کند که اثر v_i (y) بر v_k چگونه باشد. قانون سوم ضرب بیان می‌کند که اگر اثر v_i بر v_j دوجنبه‌ای باشد؛ اثر غیرمستقیم از v_i به v_k از طریق v_j نیز دوجنبه‌ای خواهد بود حتی اگر اثر v_j بر v_k دوجنبه‌ای نباشد. قانون ششم بیان می‌کند که عملگر ضرب خاصیت جابه‌جایی دارد.

عملگر جمع به منظور انباشت آثار غیرمستقیم از مسیرهای مختلف استفاده می‌شود، برای مثال اگر مسیری از v_i به v_k با اثر غیرمستقیم مثبت وجود داشته باشد و مسیر دیگری بین این دو گره با اثر منفی داشته باشیم، آن‌گاه اثر نهایی براساس معادله چهارم جمع؛ خواهد بود [۲۵، صص ۷۶۵-۷۷۷]. ناکومارا و همکارانش همه قوانین جمع به‌جز قانون دوم را به‌راحتی قابل پذیرش می‌دانند [۲۶، صص ۱۸۱-۲۰۰].

عملگرهای جمع و ضرب را می‌توان درخصوص ماتریس‌ها نیز اعمال کرد. با فرض این‌که V و W ماتریس‌های مربع از درجه n هستند، جمع و ضرب ماتریس‌ها به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$(V|W) = V_{ij}|W_{ij} \quad \text{و} \quad (V \times W)_{ij} = (V_{11} * W_{ij}) | \dots | (V_{in} * W_{nj})$$

پس توان n ام ماتریس V به ازای $n > 0$ به‌صورت زیر تعریف

خواهد شد:

$$V^n = V * V^{n-1} \quad V^1 = V$$

اثر نهایی یک مفهوم بر دیگری براساس تعریف زیر محاسبه می‌شود.

تعریف: اثر نهایی متغیر v_i بر متغیر v_j برابر با مجموع آثار غیرمستقیم همه مسیرهای از v_i به v_j است. فرض کنیم v ماتریس مجاورت یک نقشه علی باشد، ماتریس اثر نهایی)



V_i (ماتریسی است که درایه j ام آن اثر نهایی v_i بر v_j می‌باشد و از رابطه $V_i = V|V^2|V^3|...$ به دست می‌آید. اگر طولانی‌ترین مسیر در نقشه با طول k باشد، می‌توان رابطه بالا را به صورت $V_i = V|V^2|V^3|...$ نوشت، اما توجیه این رابطه را به این صورت بیان می‌شود که V مسیرهای با طول یک را نشان می‌دهد و عنصر v_{ij} اثر مستقیم v_i بر v_j را نمایش می‌دهد. به همین ترتیب V^2 نشانگر مسیرهای غیرمستقیم با طول دو (طی دو مسیر مستقیم) می‌باشد. حال اگر v_i به v_j از مسیرهای مختلفی ارتباط داشته باشد، تمام مسیرهای غیرمستقیم ممکن را با طول‌های متفاوت با هم جمع شده و عنصر $(v_i)_{ij}$ که همان اثر نهایی v_i بر v_j است، تشکیل می‌دهند.

کاسکو در مورد روابط در نقشه‌های فازی چنین بیان می‌کند که اگر m مسیر از v_i به v_j وجود داشته باشد $(i, k'_1, \dots, k'_n, j)$ و $I_l(v_i, v_j)$ ، نشان‌دهنده میزان تأثیر غیرمستقیم میان دو متغیر v_i و v_j در مسیر l ام ($1 \leq l \leq m$) باشد، برای محاسبه اثر نهایی v_i بر v_j نخست به تعیین کوچک‌ترین مقدار $e(v_p, v_{p+1})$ در تک تک مسیرها پرداخته می‌شود، $e(v_p, v_{p+1})$ وزن روابط علی میان دو متغیر متوالی p ام و $(p+1)$ ام است که میان دو متغیر i و j در مسیر l ام قرار دارند [۲۴، صص ۳۷۷-۳۹۳].

$$I_l(v_i, v_j) = \min\{e(v_p, v_{p+1}) : (p, p+1) \in (i, k'_1, \dots, k'_n, j)\}$$

سپس براساس معادله زیر، بزرگ‌ترین مقدار $I_l(v_i, v_j)$ از میان m مسیر ممکن، به‌عنوان اثر نهایی v_i بر v_j در نظر گرفته می‌شود:

$$T(v_i, v_j) = \max_{1 \leq l \leq m} I_l(v_i, v_j)$$

به‌طور مثال اگر بخواهیم تأثیر غیرمستقیم v_1 بر v_5 را در شکل زیر با توجه به مقادیر احتمالی داده شده (بسیار زیاد < بسیار کمی < وجود ندارد) محاسبه کنیم، سه مسیر از گره ۱ به گره ۵ وجود دارد. در این صورت از v_1 به v_5 سه اثر غیرمستقیم خواهیم داشت.

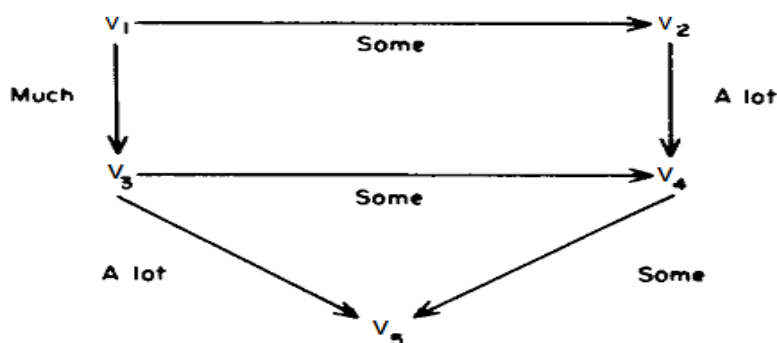
$$I_1(v_1, v_5) = \min\{e_{13}, e_{35}\} = \min\{much, alot\} = much$$

$$I_2(v_1, v_5) = some$$

$$I_3(v_1, v_5) = some$$

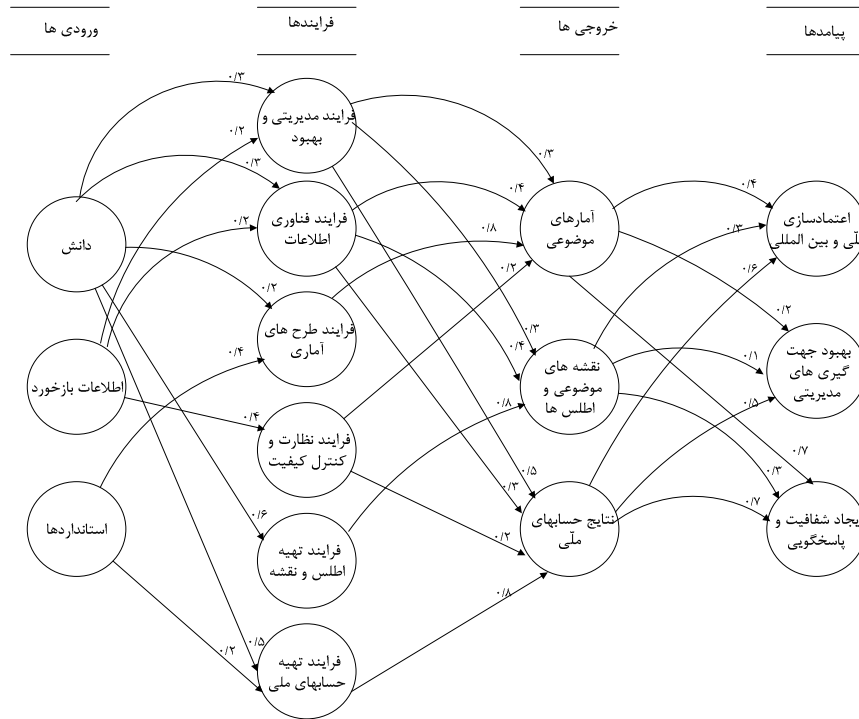
پس اثر نهایی v_1 بر v_5 برابر خواهد بود با:

$$T(v_1, v_5) = \max\{I_1(v_1, v_5), I_2(v_1, v_5), I_3(v_1, v_5)\} = \max\{\text{much, some}\} = \text{much}$$



۳- مورد مطالعه: مرکز آمار ایران

در این بخش با استفاده از عملگرهای ذکر شده به محاسبه تأثیرات غیرمستقیم اجزای نقشه شناخت فازی عملیات مرکز آمار ایران پرداخته می‌شود [۲۷]. هدف از محاسبه تأثیرات مذکور، ارائه مدلی برای تخصیص بودجه بر مبنای عملکرد می‌باشد. همان طور که شکل ۵ به‌طور خلاصه نشان می‌دهد، نقشه شناخت عملیات مرکز آمار ایران از چهار بخش مجزا تشکیل شده است. با استفاده از تأثیرات مستقیم فازی که از نظرات خبرگان استخراج و روی یال‌ها ذکر شده است، تأثیرات غیرمستقیم هر فرایند بر خروجی‌ها و در نهایت پیامدهای سازمان معین می‌گردد و سهم هر فرایند در تحقق موفقیت‌آمیز پیامدها محاسبه می‌شود. برای تخصیص بودجه بر مبنای عملکرد می‌توان نسبت‌های به‌دست آمده را مبنای عمل قرار داد.



شکل ۲ نقشه شناخت عملیات مرکز آمار ایران

همان طور که شکل ۲ نشان می‌دهد، ماتریس روابط علی بین فرایندها و خروجی‌ها به صورت زیر است:

$$W = \begin{bmatrix} + & + & + \\ + & + & + \\ + & \cdot & \cdot \\ + & \cdot & \cdot \\ \cdot & + & + \\ \cdot & \cdot & + \end{bmatrix}$$

به طوری که w_{ij} بیانگر رابطه علی فرایند i ام و خروجی j ام است. در نقشه شناخت بالا بین تمام فرایندها رابطه مستقیم و مثبت وجود دارد (مثبت بودن اعداد ذکر شده روی یال‌ها بیانگر این مطلب می‌باشد) یا این‌که اصلاً رابطه‌ای وجود ندارد؛ به‌عنوان مثال فرایند سوم بر

خروجی اول تأثیر مثبت دارد در حالی که تأثیر خاصی بر خروجی دوم و سوم ندارد. اگر v_{ij} را نیز رابطه علی خروجی نام و پیامد نام بنامیم، ماتریس V به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$V = \begin{bmatrix} + & + & + \\ + & + & + \\ + & + & + \end{bmatrix}$$

همان طور که نقشه نشان می‌دهد هر یک از عناصر خروجی بر همه پیامدها تأثیرگذار است که اعداد ذکر شده روی یال‌ها نشان از مثبت بودن این تأثیر می‌باشد. تأثیر غیرمستقیم فرایندها بر پیامدها از حاصل ضرب ماتریس W در ماتریس V به دست می‌آید. با توجه به قوانین اول و دوم عملگر ضرب و قوانین اول و دوم عملگر جمع تمام درایه‌های ماتریس حاصل ضرب مثبت و به صورت زیر خواهد بود:

$$W * V = \begin{bmatrix} + & + & + \\ + & + & + \\ + & + & + \\ + & + & + \\ + & + & + \\ + & + & + \end{bmatrix}$$

درایه ij ام ماتریس بالا بیانگر رابطه علی فرایند نام با پیامد نام است، به طوری که

$$(w \times v)_{ij} = (w_{11} * v_{ij}) | \dots | (w_{in} * v_{nj})$$

به عنوان نمونه $(w \times v)_{r_1}$ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$(w \times v)_{r_1} = (+ * +) | (+ * +) | (+ * +) = + | + | + = +$$

در این صورت با استفاده از روش آکسلرد اثر غیرمستقیم فرایندها بر پیامدها محاسبه می‌شود. از فرایند اول به پیامد اول، سه مسیر وجود دارد. میزان تأثیر غیرمستقیم فرایند اول بر پیامد اول از مسیرهای مذکور عبارت است از:

$$I_{\downarrow}(p_1, outcome_1) = \min\{0/3, 0/4\} = 0/3$$

$$I_{\downarrow}(p_2, outcome_2) = \min\{0/3, 0/3\} = 0/3$$

$$I_{\downarrow}(p_3, outcome_3) = \min\{0/5, 0/6\} = 0/5$$

پس اثر نهایی فرایند مدیریتی و بهبود بر پیامد اعتمادسازی برابر خواهد بود با:

$$T(p_1, outcome_1) = \max\{I_{\downarrow}(p_1, outcome_1), I_{\downarrow}(p_2, outcome_2), I_{\downarrow}(p_3, outcome_3)\}$$



$$\{0/3, 0/3, 0/5\} = 0/5 \max =$$

به همین ترتیب خواهیم داشت

$$T(p_7, outcome_1) = \max\{0/4, 0/8, 0/3\} = 0/4 \quad T(p_8, outcome_1) = 0/3$$

$$T(p_7, outcome_2) = 0/4 \quad T(p_8, outcome_2) = 0/6$$

$$T(p_7, outcome_3) = \max\{0/2, 0/2\} = 0/2$$

$$= \max\{0/0.2/0.8/5\} = 0/5 \quad T(p_8, outcome_3) = \max\{0/0.3/0.3/5\} = 0/5$$

$$T(p_8, outcome_4)$$

$$= \max\{0/0.2/0.8/7\} = 0/7 \quad T(p_7, outcome_4) = \max\{0/0.4/0.3/3\} = 0/4$$

$$T(p_7, outcome_5)$$

$$T(p_3, outcome_2) = 0/2$$

$$T(p_7, outcome_5) = 0/7$$

$$= \max\{0/2, 0/2\} = 0/2$$

$$T(p_7, outcome_6) = \max\{0/2, 0/2\} = 0/2$$

$$T(p_7, outcome_6)$$

$$T(p_8, outcome_6) = 0/8$$

$$T(p_8, outcome_6) = 0/3$$

$$T(p_8, outcome_7) = 0/5$$

$$T(p_7, outcome_7) = 0/7$$

تأثیرات	اعتمادسازی	بهبود مدیریتی	ایجاد شفافیت
فرایند ۱	0/5	0/5	0/5
فرایند ۲	0/4	0/7	0/4
فرایند ۳	0/4	0/2	0/7
فرایند ۴	0/2	0/2	0/2
فرایند ۵	0/3	0/8	0/3
فرایند ۶	0/6	0/5	0/7

با به دست آوردن نمره تأثیر هر فرایند بر پیامدها ماتریس تصمیم تأثیرات به صورت زیر تشکیل می شود.

از آن جا که همه تأثیرات مثبت هستند، از فرمول زیر برای نرمال کردن ماتریس تصمیم

$$n_{ij} = \frac{r_{ij}}{\max_i(r_{ij})} \quad [28]: \text{استفاده می شود}$$

پیامدها با استفاده از پرسشنامه مقایسه زوجی از نظر شش نفر خبره سازمانی و

دانشگاهی با هم مقایسه شده‌اند. پس از ادغام نظرات خبرگان از راه میانگین هندسی، ماتریس مقایسه زوجی زیر به دست آمد:

$$V = \begin{bmatrix} 1 & 0/618 & 1/046 \\ 1/619 & 1 & 0/951 \\ 0/956 & 1/052 & 1 \end{bmatrix}$$

که در نهایت وزن پیامدها به صورت زیر محاسبه شد:

$$v_1 = 0/287 \quad v_2 = 0/381 \quad v_3 = 0/332$$

ماتریس نرمال و رتبه‌بندی فرایندها به صورت زیر می‌باشد

تأثیرات	اعتمادسازی ۰/۲۸۷	بهبود مدیریتی ۰/۳۸۱	ایجاد شفافیت ۰/۳۳۲	وزن فرایند
فرایند ۱	۰/۷۱۴	۰/۷۱۴	۰/۸۳۳	۰/۷۵۳
فرایند ۲	۰/۴۲۸	۱	۰/۶۶۷	۰/۷۶۶
فرایند ۳	۱	۰/۲۸۵	۰/۶۶۷	۰/۶۱۷
فرایند ۴	۰/۲۸۶	۰/۲۸۵	۰/۳۳۳	۰/۳۰۱
فرایند ۵	۰/۴۲۸	۰/۱۴۳	۰/۵	۰/۳۴۳
فرایند ۶	۱	۰/۷۱۴	۱	۰/۸۹۱

به منظور تعیین سهم نسبی هر یک از عناصر ورودی از بودجه نیز می‌توان تمامی مراحل بالا را تعمیم داد.

۴- نتیجه‌گیری

نگاشت‌شناختی فازی روشی کارآمد در مدلسازی مسائل تصمیم‌گیری می‌باشد. روش ذکر شده علاوه بر توانی که مدلسازی عوامل و عناصر تصمیم دارد، این امکان را فراهم می‌کند که با استفاده از عملگرهای جبری بتوان جهت و قدرت نسبی رابطه‌ها را کشف کرد. در مثالی که ارائه شد، کاربرد نگاشت‌شناختی فازی در مسئله تخصیص بودجه بر مبنای عملکرد بررسی شد. یکی از دغدغه‌های عمده بودجه‌ریزی بر مبنای عملکرد در مرحله اجرا برقراری پیوند بین فرایندها، فعالیت‌های سازمان، خروجی‌ها و پیامدهای سازمان در سطحی بالاتر است. روش نگاشت‌شناختی فازی با فراهم کردن امکان شناسایی اجزای پیوستار ورودی،

فرایند، خروجی، پیامد و تعیین وزن هر سطح در ارتباط با سطح بالاتر پاسخی قوی به دغدغه مذکور محسوب می‌شود، به طوری که با استفاده از این روش می‌توان مشخص کرد در سطح کلان اولویت پیامدهای مورد انتظار از منظر تخصیص بودجه به چه صورت خواهد بود. همچنین مشخص می‌شود که برای تحقق یک پیامد خاص، بودجه پیامد مذکور باید با چه اولویتی بین خروجی‌ها توزیع شود و نیز این‌که در نهایت به هر خروجی معین در سیستم بودجه‌ریزی چه اولویتی اختصاص پیدا می‌کند. در مراحل بعد به همین ترتیب اولویت فرایندها از منظر تخصیص بودجه مشخص می‌شود.

۵- پی‌نوشت‌ها

1. Tolman, 1948
2. Axelrod, 1976
3. Abernethy et al, 2005
4. Eden, 1988
5. Personal construct theory
6. Kelly, 1955
7. Wellman 199
8. Harary, 1972
9. Harary & et all., 1965
10. Kitching, and Freunds Schuh, 2000
11. Nadkarni & Shenoy, 2001
12. Kosko
13. Nakumara & et all, 2001

۶- منابع

- [۱] آذر ع، سید اصفهانی س. م.؛ طراحی مدل ریاضی بودجه در سازمانهای دولتی (رویکرد آرمانی با استفاده از سری‌های زمانی باکس- جنکینز و AHP)؛ «فصلنامه علمی- پژوهشی مدرس علوم انسانی، دوره دوم، شماره دوم، ۱۳۷۶.
- [۲] آذر ع، خدیور ا، امین ناصری م، انواری رستمی ع؛ «ارائه معماری نظام بودجه‌ریزی بر مبنای عملکرد با رویکرد سیستم پشتیبان تصمیم هوشمند»؛ فصلنامه علمی- پژوهشی مدرس علوم انسانی- پژوهش‌های مدیریت در ایران، دوره ۱۵، شماره ۳، ۱۳۹۰.

- [3] Borrie D., Ozveren C.S.; "The electric power market in the United Kingdom: simulation with adaptive intelligent agents and the use of fuzzy cognitive maps as an inference engine"; *Proceedings of the International Universities Power Engineering Conference*, Vol. 2, 2004.
- [4] Carvalho J.P., Tome J. A. B.; "Qualitative modelling of an economic system using rulebased fuzzy cognitive maps"; *Proceedings of the IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, Vol. 2, 2004.
- [5] Xirogiannis G., Glykas M.; "Fuzzy cognitive maps in business analysis and performance-driven change"; *IEEE Transactions on Engineering Management*, Vol. 51, No. 3, 2004.
- [6] Feyzioglu O., Buyukozkan G., "Ersoy M.S.; Supply chain risk analysis with fuzzy cognitive maps"; *Proceeding of the IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management*, 2007.
- [7] Rodriguez-Repiso L., Setchi R., Salmeron J.-L.; "Modelling IT projects success with fuzzy cognitive maps"; *Expert Systems with Applications*, Vol. 32, 2007.
- [8] Bueno S., Salmeron J. L., "Fuzzy modeling enterprise resource planning tool selection"; *Computer Standards and Interfaces*, Vol. 30, No. 3, 2008.
- [9] Biloslavo R., Dolinšek S.; Scenario planning for climate strategies development by integrating group delphi, AHP and dynamic fuzzy cognitive maps; PICMET 2008 Proceedings, 27-31 July, Cape Town, South Africa , 2008.
- [10] Zhai D-S., Chang Y., Zhang J.;"An application of fuzzy cognitive map based on active hebbian learning algorithm in credit risk evaluation of listed companies"; *International Conference on Artificial Intelligence and Computational Intelligence*, 2009.
- [11] Tolman E.C.;"Cognitive maps in rats and men"; *Psychological Review*, Vol. 55, 1948.
- [12] Marchant T.,"Theory and methodology cognitive maps and fuzzy implications"; *European Journal of Operational Research*, Vol. 114, 1999.

- [13] Axelrod R.; "Structure of decision _ the cognitive maps of political elites"; Princeton University Press, Princeton, NJ, 1976.
- [14] Abrenthy M.A. & et al.; "A multi-method approach to building causal performance maps from expert knowledge"; *Management Accounting Research*, Vol. 16, 2005.
- [15] Kelly G. A., The psychology of personal constructs; Norton, 1955.
- [16] Chaib-draa B., Causal maps: "Theory, implementation and practical applications in multiagent environments"; *IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering*, Vol. 14, No. 6, november/ December, 2002.
- [17] Eden C.; "Cognitive mapping"; *European Journal of Operational Research*, Vol. 36, 1988.
- [18] Wellman M., Inference in cognitive maps; *Mathematics and Computers in Simulation*, 1994.
- [19] Kitching R., Freunds Schuh S.; *Cognitive mapping; past, present, and future*; Published by Routledge, London, 2000.
- [20] Harary F., *Graph theory*; Addison-Wesley, Reading, 1972.
- [21] Harary F., Norman R., Cartwright D., "Structural models: An introduction to the theory of directed graphs"; Wiley, New York, 1965.
- [22] Kardaras D., Karakostas B.; "Use of fuzzy cognitive maps to simulate the information systems strategic planning process"; *Information and Software Technology*, Vol. 41, No. 4, 1999.
- [23] Nadkarni S., Shenoy P.; "Theory and methodology a Bayesian network approach to making inferences in causal maps"; *European Journal of Operational Research*, Vol. 128, 2001.
- [24] Kosko B.; *Hidden patterns in combined and adaptive knowledge networks*; *International Journal of Approximate Reasoning*, Vol. 2, 1988.
- [25] Nakumara K., Iwal S., Sawaragi T., "Decision support using causation knowledge base"; *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, Vol.

12, 1982.

- [26] Chaib-Draa B.,Desharnais J.;"A relational model of cognitive maps"; *Int. J. Human & Computer Studies*, Vol. 49, 1998.

[۲۷] مصطفایی دولت‌آباد خ؛ "طراحی مدل بودجه‌ریزی عملیاتی با رویکرد تلفیقی انگاره‌نگاری شناختی و فنون تحلیل سلسله مراتبی: مورد مطالعه مرکز آمار ایران؛

پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه تربیت مدرس، ۱۳۹۰.

[۲۸] آذر ع؛ رجب‌زاده ع. ؛ تصمیم‌گیری کاربردی: رویکرد MADM؛ ویرایش اول، تهران:

نگاه دانش، ۱۳۸۹.