

زمان‌بندی تعمیرات پیشگیرانه در حالت وجود نیروی کار چند مهارته (با تأکید بر مدل‌های برنامه‌ریزی عدد صحیح)

احمد جعفر نژاد^{۱*}، مجید اسماعیلیان^۲

۱- دانشیار گروه مدیریت، دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران، تهران، ایران
۲- دانشجوی دکتری مدیریت، دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران، تهران، ایران

پذیرش: ۸۹/۷/۲۶

دریافت: ۸۹/۳/۲۲

چکیده

هدف از طرح‌ریزی و زمان‌بندی تعمیرات پیشگیرانه انجام یک سری از فعالیت‌ها و وظایف به منظور کاهش یا حذف توقف تولید و حداکثر کردن قابلیت اطمینان تجهیزات تولیدی می‌باشد. بازرسی، تعمیر و جایگزینی (تعویض) تجهیزات تولیدی از فعالیت‌های محوری و اساسی تعمیرات پیشگیرانه (PM) می‌باشند. یکی از اهداف مهم انجام تعمیرات پیشگیرانه، حداقل کردن زمان توقف تجهیزات و ماشین‌آلات تولیدی است. برای رسیدن به این هدف، مدیریت باید منابع و پرسنل ماهر تعمیراتی را به شکل کارآ و مؤثر به کارهای تعمیراتی تخصیص داده و برنامه زمان‌بندی تعمیرات پیشگیرانه را مشخص نماید. مدل‌های ریاضی مختلفی برای حل مسأله زمان‌بندی تعمیرات پیشگیرانه و تخصیص نیروی کار ماهر به فعالیت‌ها و وظایف تعمیراتی که نیازمند چندین مهارت هستند، توسعه داده شده است. تحقیقات انجام شده در این زمینه دارای چندین نقص و کاستی است. در الگوهای ارائه شده، شیوه تعیین ترکیب کارگران، حل نشده و فرض بر این است که تمامی ترکیبات ممکن انجام کارها به وسیله کارگران و حالات ممکن انجام کارها مشخص است. مسأله تعیین ترکیب کارگران، به مفهوم تعیین تمامی حالات ممکن تخصیص نیروی کار ماهر برای انجام یک فعالیت است. تعیین ترکیب کارگران کاری بسیار مشکل است، زیرا تعداد حالات ممکن با افزایش تعداد کارها، مهارت‌ها و کارکنان به شکل

نمایی افزایش پیدا می‌کند. در این پژوهش یک الگوریتم ابتکاری برای تعیین ترکیب کارگران ارائه و روشی یکپارچه برای زمان‌بندی تعمیرات پیشگیرانه در حالت وجود نیروی کار چند مهارته مورد بررسی قرار گرفته است. در نهایت دو مدل جدید زمان‌بندی تعمیرات پیشگیرانه ارائه شده که جواب بهینه را بدون نیاز به تعیین ترکیب‌های ممکن انجام کار مشخص کرده و در حالت وجود چندین منبع نیز قابل استفاده می‌باشند.

کلیدواژه‌ها: تعمیرات پیشگیرانه (PM)، برنامه‌ریزی عدد صحیح، زمان‌بندی، نگهداری و تعمیرات، نیروی کار چند مهارته.

۱- مقدمه

اهمیت برنامه‌ریزی نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه (PM) به عنوان بخشی از استراتژی شرکت در سودآوری را نمی‌توان نادیده گرفت. هدف از طرح‌ریزی و زمان‌بندی تعمیرات پیشگیرانه انجام مجموعه‌ای از کارها و وظایف PM برای کاهش و حذف توقف تولید و حداکثر کردن زمان در دسترس تجهیزات می‌باشد. یک مسأله زمان‌بندی تعمیرات پیشگیرانه (PM) را در نظر بگیرید که در آن مجموعه‌ای از کارهای نت با نیروی کار محدود باید انجام گردد. در ابتدای هر سال یا هر ماه، زمان‌بندی کارها و وظایف نگهداری و تعمیرات معمولاً به‌وسیله مدیر تولید بر مبنای داده‌ها و اطلاعات حاصل از عملکرد گذشته انجام می‌گیرد، هر چند به خاطر ماهیت پویای مدیریت نگهداری و تعمیرات (نت) مانند تغییر در اولویت کارها و یا تعداد نیروی انسانی ماهر، این برنامه زمان‌بندی ممکن است تغییر پیدا کند. هر کار (وظیفه) تعمیرات پیشگیرانه شامل چندین فعالیت و هر فعالیت نیازمند چندین مهارت مختلف بوده و برای انجام آن‌ها لازم است که کارکنان تعمیرات از مهارت‌های مورد نیاز برخوردار باشند. کارکنان نگهداری و تعمیرات ممکن است تک مهارته و یا چند مهارته باشند. کارها (وظایف) تعمیرات پیشگیرانه دارای اولویت‌ها و ضرایب اهمیت متفاوتی بوده و هدف مدیریت نگهداری و تعمیرات این است که با نیروی انسانی موجود بیش‌ترین تعداد کارها را انجام دهد. کارهای زمان‌بندی نشده به دوره‌های برنامه‌ریزی آتی منتقل می‌شوند. درجه اولویت (اهمیت) کارها بر مبنای اطلاعات به‌دست آمده از احتمال خرابی (شکست) ماشین‌آلات محاسبه می‌شود. هدف از زمان‌بندی

وظایف و فعالیت‌های پیشگیرانه، تخصیص منابع و نیروی انسانی ماهر به کارها و فعالیت‌های نت می‌باشد، به گونه‌ای که بیش‌ترین تعداد کار در یک دوره زمانی مشخص (دوره برنامه‌ریزی) انجام شود. تحقیقات انجام شده در زمینه تعمیرات پیشگیرانه را می‌توان به مدل‌های بهینه‌سازی تعمیرات پیشگیرانه، تکنیک‌ها و روش‌های حل الگوهای تعمیرات پیشگیرانه تفکیک کرد. الگوهای بهینه‌سازی شامل مدل‌های تخصیص منابع، کنترل موجودی، سیستم پشتیبان تصمیم و سیستم‌های اطلاعاتی نگهداری و تعمیرات می‌باشند. در مدل‌های بهینه‌سازی PM از روش‌های برنامه‌ریزی خطی و غیر خطی، برنامه‌ریزی عدد صحیح، برنامه‌ریزی پویا، تئوری تصمیم، فرایندهای مارکوفی و شبیه‌سازی استفاده شده است [۱، صص ۴۶۹-۴۸۹؛ ۲، صص ۲۰۹-۲۳۸؛ ۳، صص ۲۶۲-۲۳۹]. در حل مسائل زمان‌بندی PM از روش‌های ابتکاری، هوش مصنوعی و الگوریتم‌های تکاملی استفاده شده است. مدل‌های بهینه‌سازی نگهداری و تعمیرات بسیاری در دهه ۱۹۶۰ به بعد ارائه شد، این مدل‌ها از معیارهای متفاوتی برای بهینه‌سازی فعالیت‌های نت استفاده می‌کنند [۴، صص ۱۳۲۱-۱۳۳۱؛ ۵، صص ۴۹۳-۵۰۶؛ ۶، صص ۱۷۰-۱۷۰؛ ۷، صص ۸۱-۸۷؛ ۸، صص ۲۲۵-۲۳۵؛ ۹، صص ۱۶۱-۱۷۵؛ ۱۰، صص ۳۵۵-۳۷۷؛ ۱۱، صص ۳۳۷-۳۴۸].

Voelker و Pierskalla این مدل‌ها را به ۴ گروه، مدل‌های بازبینی^۱، مدل‌های جایگزینی^۲ (تعویض)، مدل‌های تعمیر^۳ و مدل‌های خرید و تدارکات^۴ تقسیم می‌کنند [۱۲، صص ۳۵۳-۳۸۸]. با توجه به این‌که در این مقاله در صدد زمان‌بندی تعمیرات پیشگیرانه می‌باشیم، مطالعات صورت گرفته در حوزه مدل‌های زمان‌بندی و تخصیص نیروی انسانی را بیش‌تر تشریح می‌کنیم. مسائل زمان‌بندی تعمیرات پیشگیرانه، از جمله مسائل NP^۵ بوده و پیچیدگی این مسأله ناشی از محدودیت نیروی کار ماهر در دسترس و محدودیت طول دوره زمان‌بندی می‌باشد [۱۳، صص ۸۲۳-۸۵۹]. مسائل NP به آن دسته از مسائلی گفته می‌شود که زمان مورد نیاز برای حل آن‌ها با استفاده از هر الگوریتم (روش حل) شناخته شده‌ای با افزایش اندازه مسأله به شدت افزایش پیدا می‌کند. مسائلی مانند کوله‌پشتی، فروشنده دوره گرد، زمان‌بندی، برنامه‌ریزی صفر و یک و برنامه‌ریزی عدد صحیح از جمله مسائل NP می‌باشند.

-
1. Inspect model
 2. Replace models
 3. Repair models
 4. Procure models
 5. Nondeterministic polynomial time

Roberts و همکاران (۱۹۸۳) یک مدل ریاضی برای زمان بندی کارکنان نگهداری و تعمیرات کارخانه ارائه کردند. فرض اساسی مدل فوق تک مهارته بودن کارکنان نگهداری و تعمیرات است [۱۴، صص ۳۲۳-۳۴۹؛ ۱۵، صص ۳۴۵-۳۶۲]. Dijkstra و همکاران (۱۹۹۴) یک سیستم پشتیبان تصمیم برای زمان بندی تعمیرات پیشگیرانه در یک شرکت هواپیمایی ارائه کردند [۱۶، صص ۴۷-۵۸].

Gopalakrishnan و همکاران (۱۹۹۷) یک مدل رگرسیون لجستیک برای تعیین اولویت فعالیت های نگهداری و تعمیرات و یک مدل برنامه ریزی عدد صحیح برای زمان بندی فعالیت های PM بر مبنای اولویت های محاسبه شده ارائه کردند. در این مدل، هدف، حداکثر کردن کل تعداد کارهای زمان بندی شده با بیشترین اولویت می باشد [۱۷، صص ۸۲۷-۸۴۰]. Gopalakrishnan و همکاران (۲۰۰۱) با استفاده از الگوریتم جستجو ممنوع، روشی برای حل مسأله زمان بندی نگهداری و تعمیرات ارائه کردند [۱۸، صص ۱۴۹-۱۶۰]. Ahire و همکاران (۲۰۰۰) نیز با استفاده از الگوریتم های تکاملی (فرا ابتکاری) روشی برای حل مدل برنامه ریزی عدد صحیح ارائه شده به وسیله Gopalakrishnan و همکاران (۱۹۹۷) ارائه کردند [۱۳، صص ۸۳۳-۸۵۹].

Ruiz و همکاران (۲۰۰۷) روش ها و تکنیک هایی برای بررسی تأثیر خط مشی های مختلف تعمیرات پیشگیرانه در مسائل زمان بندی کارگاهی ارائه کردند [۱۹، صص ۳۳۱-۳۳۳]. Nguyen (۲۰۰۸) یک روش جدید برای بهینه سازی برنامه ریزی نگهداری، تعمیرات پیشگیرانه و میزان منابع مورد نیاز برای انجام نگهداری و تعمیرات ارائه کرد.

این روش با استفاده از تکنیک شبیه سازی مونت کارلو و به منظور ارزیابی هزینه مورد انتظار انجام نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه و زیان اقتصادی مورد انتظار عدم انجام نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه توسعه داده شده است [۲۰]. Lamptey و همکاران (۲۰۰۸) یک سیستم پشتیبان تصمیم برای زمان بندی بهینه نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه بزرگراه ها و جاده ها ارائه کردند [۲۱، صص ۳۷۶-۳۸۷].

در مقاله Allaoui و همکاران ۲۰۰۸، زمان بندی تعمیرات پیشگیرانه و زمان بندی n کار بر روی دو ماشین به طور هم زمان مورد بررسی قرار گرفته است [۲۲، صص ۱۶۱-۱۶۷]. Zhou و همکاران (۲۰۰۹) از روش برنامه ریزی پویا برای زمان بندی تعمیرات پیشگیرانه بر

مبنا موقعیت^۱ در یک سیستم سری چند بخشی استفاده کردند [۲۳، صص ۳۶۱-۳۶۶].
 در مقاله Naderi و همکاران (۲۰۱۰) تعمیرات پیشگیرانه دوره‌ای (مبتنی بر زمان) در مسائل زمان‌بندی کارگاهی مورد بررسی قرار گرفته است. در این پژوهش از دو روش متاهیورستیک شامل الگوریتم ژنتیک و الگوریتم ایمنی مصنوعی^۲ استفاده شده است [۲۴].
 Wang و همکاران (۲۰۱۰) یک روش ابتکاری مؤثر برای مسأله زمان‌بندی سیستم تولید کارگاهی انعطاف‌پذیر با در نظر گرفته فعالیت‌های نگهداری و تعمیرات ارائه کردند [۲۵، صص ۴۳۶-۴۴۷].
 Pereira و همکاران (۲۰۱۰) روش بهینه‌سازی مبتنی بر الگوریتم بهینه‌سازی پرندگان (PSO)^۳ (بهینه‌سازی ازدحام ذرات) برای بهینه‌سازی زمان‌بندی نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه غیر دوره‌ای (غیر پریودیک) ارائه کردند [۲۶، صص ۷۱۰-۷۱۴].

۲- مدل زمان‌بندی تعمیرات پیشگیرانه

فرض شود که چندین کار نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه (PM) با درجه اهمیت و اولویت متفاوت وجود داشته و هر کار برای انجام به مهارت‌های مختلف (مانند مکانیکی، هیدرولیکی، الکتریکی و...) نیاز دارد. در مدل ارائه شده به‌وسیله Gopalakrishnan و همکاران (۱۹۹۷) فرض بر این است که تمام ترکیبات ممکن برای انجام کارها مشخص است. مدل ارائه شده به‌وسیله Gopalakrishnan و همکاران (۱۹۹۷) شرح زیر است [۱۷، صص ۸۲۷-۸۴۰]:

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & \text{Max} \sum_{m \in K_i} \sum_{i \in I} p_i y_{im} \\
 \text{s.t} \quad & \\
 (2) \quad & \sum_{m \in K_i} y_{im} \leq 1 \quad \forall i \in I \\
 (3) \quad & \sum_{m \in K_j} \sum_{i \in I} a_{ijm} y_{im} \leq T_j \quad \forall j \in C \\
 (4) \quad & y_{im} = 0/1 \quad \forall i \in I, m \in K_i
 \end{aligned}$$

1. Opportunistic Preventive Maintenance
 2. Artificial immune algorithm
 3. Particle Swarm Optimization



تابع هدف (۱)، حداکثر کردن تعداد کارهای زمان بندی شده با بیشترین درجه اولویت است. محدودیت (۲) تضمین می کند که حداکثر یک ترکیب از کارگران برای انجام فعالیت λ انتخاب شود. محدودیت (۳) تضمین می کند که کارهای تخصیص داده شده به هر فرد برابر با کل زمان در دسترس وی بوده و محدودیت (۴)، صفر و یک بودن متغیرهای تصمیم می باشد. متغیرها و پارامترهای مدل ۱-۲ به شکل زیر تعریف می شوند:

T_j = کل زمان در دسترس فرد λ	P_i = درجه اولویت کار λ
a_{ijm} = زمان صرف شده به وسیله فرد λ برای انجام کار λ ، اگر این فعالیت به وسیله ترکیب m λ انجام شود.	
i = شاخص کارها	j = شاخص نیروی کار (فرد انجام دهنده)
m = شاخص ترکیب مهارت ها	I = کل کارهای PM
C = مجموعه نیروی کار تک مهارته یا چند مهارته	K_i = مجموعه تمامی ترکیبات ممکن برای انجام فعالیت λ
y_{im} = متغیر تصمیم از نوع صفر و یک است. اگر کار λ به وسیله ترکیب m ($m \in K_i$) انجام شود، $y_{im} = 1$ و اگر کار λ به وسیله ترکیب m ($m \in K_i$) انجام نشود، $y_{im} = 0$ می باشد.	

کاستی ها و ضعف های مدل Gopalakrishnan و همکاران (۱۹۹۷) (مدل ۱-۲) به شرح زیر است:

۱- روش تعیین ترکیب کارگران: در مقاله Gopalakrishnan و همکاران (۱۹۹۷) فرض بر این است که ترکیب کارگران قبل از مدلسازی و حل مسأله زمان بندی PM مشخص است. در مسائل عملی تعیین ترکیب کارگران مشکل و وقت گیر بوده و محققان هیچ روش عملی برای محاسبه تمامی ترکیب کارگران ارائه نکرده اند.

۲- افزایش تعداد ترکیبات ممکن: در مسائل زمان بندی PM، تعداد ترکیبات ممکن و در نتیجه تعداد متغیرها در مدل ریاضی Gopalakrishnan و همکاران (۱۹۹۷) به شکل نمایی افزایش پیدا می کنند. این موضوع منجر به افزایش زمان حل مسأله شده و بهترین نرم افزارهای موجود برای حل مدل های عدد صحیح نیز قادر به یافتن جواب بهینه مدل در مدت زمان اندک نیستند.

۳- کارایی محاسباتی مدل عدد صحیح: حل مسأله زمان بندی PM با استفاده از مدل برنامه ریزی عدد صحیح ارائه شده به وسیله Gopalakrishnan و همکاران (۱۹۹۷) در یک

زمان اندک بسیار مشکل و غیر ممکن است،

۴- وابستگی به تعیین تمامی ترکیب کارگران: جواب به دست آمده از مدل فوق به شدت تحت تأثیر تعداد ترکیبات ممکن انجام کارها می‌باشد. به عبارت دیگر اگر برای یک کار، تمامی ترکیبات ممکن انجام آن در مدل لحاظ نشده باشد، مدل یکی از ترکیبات ممکن را به عنوان روش مناسب زمان‌بندی آن کار تعیین می‌کند. هر چه تعداد ترکیب‌های در نظر گرفته شده برای هر کار بیشتر باشد، مدل جواب بهتری خواهد داشت.

۵- بد تعریف^۱ بودن مدل: فرض شود ترکیب کارگران مشخص و معین باشد، جواب به دست آمده از مدل Gopalakrishnan و همکاران (۱۹۹۷)، هیچ اطلاعاتی در مورد این‌که مسئول انجام هر فعالیت چه کسی است، ارائه نمی‌کند. در نتیجه با فرض مشخص بودن ترکیبات ممکن، لازم است بعد از حل مدل از یک رویه تخصیص برای تعیین این‌که هر کارگر مسئول انجام چه مهارتی است، استفاده شود.

۶- استفاده از یک منبع: در مسأله ارائه شده به وسیله Gopalakrishnan و همکاران (۱۹۹۷) تنها از یک منبع (نیروی انسانی) استفاده شده است. در مسائل زمان‌بندی PM با استفاده از چندین منبع مانند نیروی انسانی، سوخت، بودجه و غیره تعیین تمامی ترکیبات ممکن بسیار مشکل و زمان بر بوده و استفاده از مدل ۱-۲ امکان‌پذیر نیست.

مدل جدید ارائه شده، توسعه مدل تخصیص تعمیم یافته با منابع چند گانه^۲ (MRGAP) بوده و می‌تواند در زمینه‌ها و مسائل مختلفی مانند زمان‌بندی تعمیرات پیشگیرانه و انتخاب پروژه مورد استفاده قرار گیرد. این مدل بدون نیاز به یافتن تمامی ترکیب کارگران، جواب بهینه مسأله زمان‌بندی تعمیرات پیشگیرانه را تعیین می‌کند. نمادهای استفاده شده در مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح پیشنهادی به شرح زیر است:

I = شاخص کارها

t = شاخص مهارت‌ها

M = شاخص فرد انجام‌دهنده مهارت

I = مجموعه تمام کارهای تعمیرات پیشگیرانه

1. Ill defined

2. Multiple Resource General Assignment Problem

$J_i =$ مجموعه تمامی مهارت های کارآم

$M =$ مجموعه تمامی افراد انجام دهنده هر مهارت

متغیرهای تصمیم و پارامترهای:

$w_i \in \{0, 1\}$: اگر کارآم برای انجام (زمان بندی) انتخاب شود (۱)، در غیر این صورت (۰).

$y_{itm} \in \{0, 1\}$: اگر مهارت m از کارآم به فرد m تخصیص پیدا کند (۱)، در غیر این صورت (۰).

p_i : درجه اولویت کارآم، a_{itm} : زمان صرف شده به وسیله فرد m برای انجام مهارت t از کارآم.

T_m : کل زمان در دسترس فرد m .

مدل برنامه ریزی خطی صفر و یک محض پیشنهادی به شرح زیر است

$$(1) \quad \text{Max} \sum_{i \in I} p_i w_i$$

S.T

$$(2) \quad \sum_{m \in M} y_{itm} = w_i \quad \forall i \in I, t \in J_i$$

$$(3) \quad \sum_{t \in J_i} \sum_{i \in I} a_{itm} y_{itm} \leq T_m \quad \forall m \in M \quad 2-2$$

$$(4) \quad w_i = 0/1 \quad \forall i \in I$$

$$(5) \quad y_{itm} = 0/1 \quad \forall i \in I, m \in M, t \in J_i$$

تابع هدف (۱)، حداکثر کردن جمع اهمیت کارهای زمان بندی شده است. محدودیت (۲) تضمین می کند که اگر کارآم برای زمان بندی (انجام) انتخاب شود ($w_i = 1$)، آن گاه تمامی مهارت های مورد نیاز برای تکمیل آن کار باید به کارکنان تعمیرات تخصیص یابند. محدودیت (۳) تضمین می کند که میزان منابع (ساعت های کار) تخصیص داده شده به هر فرد از کل منابع در دسترس (زمان در دسترس) بیش تر نباشد. محدودیت های ۴ و ۵، محدودیت صفر و یک بودن متغیرهای تصمیم می باشند. تابع هدف (۱)، حداکثر کردن کل اثربخشی حاصل از زمان بندی کارهای تعمیرات پیشگیرانه در دوره زمانی مورد نظر است. مدل فوق برای حالت تک منبع تعریف شده و توسعه مدل تخصیص تعمیم یافته (GAP) است (GGAP). علاوه بر این می توان مدل ۲-۲ را برای مسائل زمان بندی PM با منابع چندگانه (نیروی انسانی، بودجه و قطعات یدکی) مورد استفاده قرار داد و در

بسیاری از مسائل واقعی از آن استفاده کرد. در حالت وجود منابع مختلف، مدل ۲-۲ را می‌توان توسعه مدل تخصیص تعمیم یافته با منابع چند گانه در نظر گرفت، در این حالت عامل (نیروی کار) m ام دارای ظرفیت T_m^r از منبع نوع $r \in R$ بوده و R مجموعه تمامی منابع مورد نیاز است. اگر عامل m ام برای انجام فعالیت t ام ($t \in J_i$) از کار t ام انتخاب شود، آنگاه میزان منبع نوع t ام مورد نیاز با a_{itm}^r نشان داده می‌شود. اگر فعالیت t ام از کار t ام به عامل m ام تخصیص پیدا کند، منافع و سود مورد انتظار P_{itm} می‌باشد. هدف مدل زمان‌بندی PM تخصیص کارها و مهارت‌های مختلف به عوامل و نیروی کار است؛ به گونه‌ای که سود مورد انتظار حداکثر شود. این مدل توسعه مدل تخصیص تعمیم یافته با منابع چند گانه (MRGAP) می‌باشد که به اختصار با (MRGGAP) نشان داده می‌شود و یک مدل NP است. مدل زمان‌بندی PM با منابع چندگانه به شکل زیر ارائه می‌شود.

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & \text{Max} \sum_{i \in I} \sum_{t \in J_i} \sum_{m \in M} P_{itm} y_{itm} \\
 \text{S.T} \quad & \\
 (2) \quad & \sum_{m \in M} y_{itm} = w_i \quad \forall i \in I, t \in J_i \quad 3-2 \\
 (3) \quad & \sum_{t \in J_i} \sum_{i \in I} a_{itm}^r y_{itm} \leq T_m^r \quad \forall m \in M, r \in R \\
 (4) \quad & w_i = 0/1 \quad \forall i \in I \\
 (5) \quad & y_{itm} = 0/1 \quad \forall i \in I, t \in J_i, j \in J_i
 \end{aligned}$$

شایان ذکر است که در مدل پیشنهادی زمان‌بندی PM (مدل ۲-۲) به راحتی می‌توان چندین منبع مختلف را در مسئله لحاظ کرد. برای این کار باید محدودیت سوم مدل ۲-۳ را به جای محدودیت سوم مدل ۲-۲ جایگزین کرد. در این حالت می‌توان گفت، اگر $P_{itm} = \frac{P_i}{|J_i|}$ باشد (که $|J_i|$ ، تعداد فعالیت‌های (مهارت‌های) مربوط به کار t ام است)، آنگاه مدل پیشنهادی زمان‌بندی PM (مدل ۲-۲) معادل با مدل MRGGAP (مدل ۳-۲) خواهد بود. مدل MRGGAP را می‌توان به شکل دیگری نیز بازنویسی کرد. در فرم جدید، متغیرهای w_i حذف و تعداد متغیرهای صفر و یک کاهش ولی تعداد محدودیت‌های افزایش پیدا می‌کند. فرم جدید مدل MRGGAP به شکل زیر است:

$$(1) \quad \text{Max} \sum_{i \in I} \sum_{t \in J_i} \sum_{m \in M} p_{itm} y_{itm}$$

S.T

$$(2) \quad \sum_{m \in M} y_{itm} \leq 1 \quad \forall i \in I, t \in J_i$$

$$(3) \quad \sum_{m \in M} y_{itm} = \sum_{m \in M} y_{ilm} \quad \forall i \in I; t, l \in J_i \quad 4-2$$

$$(4) \quad \sum_{t \in J_i} \sum_{i \in I} a_{itm}^r y_{itm} \leq T_m^r \quad \forall m \in M, r \in R$$

$$(5) \quad y_{itm} = 0/1 \quad \forall i \in I, t \in J_i, m \in M$$

محدودیت دوم مدل فوق تضمین می‌کند که هر فعالیت $t \in J_i$ به یک کارگر (عامل) تخصیص پیدا کند. محدودیت سوم تضمین می‌کند که اگر یک فعالیت (مهارت) $(t \in J_i)$ به یک کارگر (عامل) تخصیص پیدا کند، آن‌گاه تمامی مهارت‌های (فعالیت‌های) دیگر کار آن نیز باید برای زمان بندی به برخی از کارگران (عوامل) تخصیص یابد. سایر محدودیت‌ها و تابع هدف مدل ۲-۴ و ۲-۳ با یکدیگر برابر هستند. کاستی (عیب) مدل پیشنهادی و مدل Gopalakrishnan و همکاران (۱۹۹۷) این است که نمی‌توانند انجام هر مهارت از کاری را به دو یا چند نفر تخصیص دهند. برای رفع این عیب یک مدل برنامه ریزی خطی عدد صحیح مختلط^۱ ارائه می‌شود که بدون نیاز به یافتن تمامی ترکیب کارگران‌ها، جواب بهینه مسأله زمان بندی تعمیرات پیشگیرانه را تعیین می‌کند. در این مدل می‌توان انجام هر مهارت از کاری را به دو یا چند نفر تخصیص داد و از ساعت‌های کار تعمیرکاران و کارکنان حداکثر استفاده را کرد. نمادها و علائم استفاده شده در این مدل به شرح زیر است:

I = مجموعه کارهای تعمیرات پیشگیرانه J = مجموعه مهارت‌ها M = مجموعه افراد انجام‌دهنده هر مهارت	I = شاخص کارها ، J = شاخص مهارت‌ها m = شاخص فرد انجام‌دهنده مهارت J_i : مجموعه مهارت‌های (فعالیت‌های) کارآم
متغیرهای تصمیم و پارامترهای مدل به شکل زیر تعریف می‌شود:	
$w_i \in \{0, 1\}$: اگر کارآم برای انجام (زمان‌بندی) انتخاب شود (۱) ، در غیر این صورت (۰) $y_{itm} \geq 0$: مدت زمانی که فرد m ام برای انجام مهارت t ام از کارآم صرف می‌کند.	
a_{it} : زمان مورد نیاز برای انجام مهارت t از کار i	p_i : میزان اهمیت کارآم ، T_m : کل زمان در دسترس فرد m

مدل برنامه‌ریزی خطی صفر و یک مختلط ارائه شده به شرح زیر است :

$$(۱) \quad \text{Max} \sum_{i \in I} p_i w_i$$

S.T

$$(۲) \quad \sum_{m \in M} y_{ijm} \geq a_{it} w_i \quad \forall i \in I, t \in J_i \quad ۵-۲$$

$$(۳) \quad \sum_{m \in M} \sum_{t \in J_i} y_{itm} \leq B w_i \quad \forall i \in I$$

$$(۴) \quad \sum_{t \in J_i} \sum_{i \in I} y_{itm} \leq T_m \quad \forall m \in M$$

$$(۵) \quad w_i = 0/1 \quad \forall i \in I$$

$$(۶) \quad y_{itm} \geq 0 \quad \forall i \in I, m \in M, t \in J_i$$

تابع هدف (۱)، حداکثر کردن مجموع اهمیت فعالیت‌های زمان‌بندی شده است. محدودیت (۲) تضمین می‌کند که اگر کاری برای زمان‌بندی انتخاب شود، زمان مورد نیاز برای انجام مهارت t آن به طور کامل به افراد دارای آن مهارت تخصیص پیدا کند. در محدودیت (۳)، B یک عدد بزرگ بوده و این محدودیت تضمین می‌کند که اگر کاری برای زمان‌بندی انتخاب نشود ($w_i = 0$)، انجام مهارت‌های آن به هیچ کس تخصیص پیدا نکند ولی اگر فعالیت برای زمان‌بندی انتخاب شود، ($w_i = 1$)، این محدودیت زاید خواهد بود. محدودیت (۴) تضمین می‌کند که ساعت‌های کار

تخصیص داده شده به هر فرد (کارگر) از کل زمان در دسترس وی بیش تر نباشد. محدودیت های ۵ و ۶، به ترتیب محدودیت صفر و یک و غیر منفی بودن متغیرهای تصمیم می باشند.

۳- مثال عددی

مسئله مربوط به زمان بندی تعمیرات پیشگیرانه را که در مقاله Gopalakrishnan و همکاران (۱۹۹۷) ارائه شده است در نظر گرفته و با استفاده از مدل Gopalakrishnan (مدل ۲-۱)، مدل صفر و یک محض پیشنهادی (مدل ۲-۲) و مدل صفر و یک مختلط پیشنهادی (مدل ۲-۶) حل می کنیم. در این مسئله، ۶ کار نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه با درجه اهمیت و اولویت متفاوت وجود داشته به طوری که هر کار برای انجام به سه مهارت مختلف (مکانیکی، هیدرولیکی و الکتریکی) نیاز دارد. ۳ نفر کارکنان برای انجام این ۶ کار وجود داشته و هر فرد نیز داری ۲ مهارت است، اطلاعات مربوط به کارگران، ساعت های کار و مهارت های مورد نیاز هر کار در جدول های ۱ و ۲ ارائه شده است.

جدول ۱ جدول مهارت ها و ساعت های در دسترس کارگران

کارگر	مهارت ۱	مهارت ۲	مهارت ۳	زمان در دسترس
۱	*	*		۱۸ ساعت
۲		*	*	۲۲ ساعت
۳	*		*	۲۴ ساعت
جمع کل				۶۴ ساعت

جدول ۲ جدول مهارت ها و ساعت های مورد نیاز هر کار

کار	مهارت ۱	مهارت ۲	مهارت ۳	درجه اولویت
A	۲	۱۰	۰	۸۸
B	۰	۰	۸	۲۲۲
C	۰	۶	۸	۲۳۲
D	۶	۵	۷	۱۲۹
E	۰	۸	۰	۶۹
F	۱۲	۰	۸	۱۱۸

در مدل Gopalakrishnan و همکاران (۱۹۹۷) فرض بر این است که تمام ترکیبات ممکن انجام کارها مشخص است. ترکیب کارگران به ازای هر کار PM در جدول ۳ ارائه شده است.

جدول ۳ تمام ترکیبات ممکن انجام کارهای PM

کار	ترکیب	فرد ۱	فرد ۲	فرد ۳	فعالیت	ترکیب	فرد ۱	فرد ۲	فرد ۳	
A	۱	۱۲	۰	۰	D	۱	۱۱	۷	۰	
	۲	۲	۱۰	۰		۲	۱۱	۰	۷	
	۳	۱۰	۰	۲		۳	۶	۱۲	۰	
	۴	۰	۱۰	۲		۴	۶	۵	۷	
B	۱	۰	۸	۰		۵	۵	۷	۶	
	۲	۰	۰	۸		۶	۵	۰	۱۳	
C	۱	۶	۸	۰		E	۷	۰	۱۲	۶
	۲	۶	۰	۸			۸	۰	۵	۱۳
	۳	۰	۱۴	۰	۱		۸	۰	۰	
	۴	۰	۶	۸	۲		۰	۸	۰	
F	۱	۱۲	۸	۰						
	۲	۱۲	۰	۸						
	۳	۰	۸	۱۲						
	۴	۰	۰	۲۰						

جواب بهینه مدل ۱-۲ به ازای مثال فوق برابر با ۷۴۰ بوده و کارهای A، B، C، D و E برای زمان‌بندی انتخاب شده‌اند. شیوه انجام کارها مطابق جدول ۴ است.

جدول ۴ جواب بهینه حاصل از مدل Gopalakrishnan (۱۹۹۷) و مدل صفر و یک محض پیشنهادی

فعالیت	ترکیب	فرد ۱		فرد ۲		فرد ۳	
		مهارت ۱	مهارت ۲	مهارت ۲	مهارت ۳	مهارت ۱	مهارت ۳
A	۳		۱۰ ساعت			۲ ساعت	
B	۲						۸ ساعت
C	۴			۶ ساعت			۸ ساعت
D	۷			۵ ساعت	۷ ساعت	۶ ساعت	
E	۱		۸ ساعت				

مثال قبل را در نظر گرفته و بر اساس مدل صفرو یک محض پیشنهادی (مدل ۲-۲) جواب بهینه آن را تعیین می‌کنیم. مدل ریاضی مسأله به شرح زیر است:

$$\begin{aligned}
 MaxZ &= 11w_1 + 22w_2 + 22w_3 + 12w_4 + 6w_5 + 11w_6 \\
 y_{111} + y_{112} &= w_1, \quad y_{121} + y_{122} = w_1, \quad y_{222} + y_{232} = w_2 \\
 y_{221} + y_{232} &= w_2, \quad y_{232} + y_{233} = w_2, \quad y_{411} + y_{412} = w_4 \\
 y_{421} + y_{422} &= w_4, \quad y_{422} + y_{423} = w_4, \quad y_{521} + y_{522} = w_5 \\
 y_{611} + y_{612} &= w_6, \quad y_{622} + y_{623} = w_6 \\
 2y_{111} + 10y_{121} + 6y_{221} + 6y_{411} + 5y_{421} + 8y_{521} + 12y_{611} &\leq 18 \\
 10y_{122} + 8y_{222} + 6y_{232} + 8y_{232} + 5y_{422} + 7y_{422} + 8y_{522} + 8y_{622} &\leq 22 \\
 2y_{112} + 8y_{222} + 8y_{232} + 6y_{412} + 7y_{422} + 12y_{612} + 8y_{622} &\leq 24 \\
 w_i &= 0, 1 \quad \forall i \in I \quad ; \quad y_{ijm} = 0, 1 \quad \forall i \in I, m \in M, j \in J
 \end{aligned}$$

جواب بهینه مدل ۱-۳ برابر با ۷۴۰ بوده و کارهای A، B، C، D، E برای زمان بندی انتخاب شده‌اند. جواب بهینه مدل ۱-۳ نیز مطابق جدول ۴ است. مثال قبل را در نظر گرفته و بر اساس مدل ۲-۲ جواب بهینه آن را تعیین می‌کنیم. جواب بهینه برابر با ۷۴۰ بوده و کارهای A، B، C، D، E برای زمان بندی انتخاب شده‌اند. شیوه انجام کارها مطابق جدول ۵ است.

جدول ۵ جواب بهینه به دست آمده از حل مدل صفرو یک مختلط

فعالیت	فرد ۱		فرد ۲		فرد ۳	
	مهارت ۱	مهارت ۲	مهارت ۲	مهارت ۳	مهارت ۱	مهارت ۳
A			۱۰ ساعت		۲ ساعت	
B						۸ ساعت
C		۶ ساعت				۸ ساعت
D			۵ ساعت	۷ ساعت	۶ ساعت	
E		۸ ساعت				

بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که کارهای زمان‌بندی شده در هر سه مدل یکسان بوده ولی شیوه انجام کارها و نحوه تخصیص کارگران در مدل ۲-۵ با نتایج حاصل از مدل‌های ۲-۱ و ۲-۲ متفاوت است. با توجه به مدل صفر و یک مختلط می‌توان گفت مدل ۲-۵ نسبت به مدل‌های ۲-۱ و ۲-۲ منعطف‌تر بوده و از زمان در دسترس به شکل کامل‌تری استفاده می‌کند؛ زیرا در مدل ۲-۵ این امکان وجود دارد که انجام یک مهارت از کاری به چندین کارگر اختصاص پیدا کند، در صورتی که در مدل‌های ۲-۱ و ۲-۲ انجام هر مهارت از کارهای Pm تنها می‌تواند به یک کارگر واگذار شود.

۴- روش ابتکاری تعیین ترکیب کارگران

در مدل ارائه شده به وسیله Gopalakrishnan و همکاران (۱۹۹۷)، فرض بر این است که تمامی ترکیبات ممکن انجام کارها از قبل مشخص است. تاکنون هیچ روش کارا و مؤثری برای حل مسأله تعیین ترکیب کارگران ارائه نشده است؛ در حالی که تعیین ترکیب کارگران یکی از مهم‌ترین و مشکل‌ترین مراحل در مسأله زمان‌بندی تعمیرات پیشگیرانه می‌باشد. در این بخش یک روش ابتکاری کارا برای حل مسأله تعیین ترکیب کارگران ارائه می‌شود، مراحل این روش ابتکاری عبارتند از:

مرحله اول: کارگران را در سطر و مهارت‌ها را در ستون یک ماتریس مرتب کنید. مرحله دوم: ساعت‌های مورد نیاز هر مهارت را به سلول‌های ماتریس و متناسب با کارگران و نوع مهارت آن‌ها تخصیص دهید. مرحله سوم: براساس ماتریس به دست آمده در مرحله ۲، جستجو را برای محاسبه تمامی ترکیبات ممکن و به ازای تمامی سطرها و ستون‌های ماتریس انجام دهید. مرحله چهارم: جمع ساعت‌های مورد نیاز برای مهارت‌ها را به ازای هر ترکیب محاسبه کنید. مرحله پنجم: اگر جمع مهارت‌های هر ترکیب مساوی با کل ساعت‌های مورد نیاز باشد، آن‌گاه آن ترکیب را انتخاب کرده در غیر این صورت به ترکیب بعدی (سطر بعد) می‌رویم و این کار را برای تمام سطرها انجام می‌دهیم. برای بررسی روش ابتکاری فوق، کار چهارم (کارد) از مثال ارائه شده به وسیله Gopalakrishnan و همکاران (۱۹۹۷) در نظر گرفته شود. فرض شود تنها ۳ کارگر چند مهارته برای انجام این کار وجود داشته باشد، به طوری که کارگر اول، دارای مهارت‌های یک و دو، کارگر دوم دارای مهارت‌های دو

و سه و کارگر سوم دارای مهارت‌های یک و سه باشد. مطابق با مراحل ارائه شده در روش ابتکاری پیشنهادی تمامی ترکیبات ممکن برای انجام فعالیت ۴ را به شرح زیر به دست می‌آوریم:

مرحله ۱ و ۲: کارگران را در سطر و مهارت‌ها را در ستون‌های ماتریس نوشته و با توجه به مهارت‌های هر کارگر و ساعت‌های مورد نیاز برای انجام هر مهارت از کار D، ماتریس را به شکل جدول ۶ تکمیل می‌کنیم:

جدول ۶ مهارت‌های هر کارگر و ساعات مورد نیاز هر مهارت از کار

مهارت ۱	مهارت ۲	مهارت ۳	
۶	۵	—	کارگر ۱
—	۵	۷	کارگر ۲
۶	—	۷	کارگر ۳

مرحله ۳ و ۴: تمامی ترکیبات ممکن ماتریس فوق به دست آورده و جمع ساعت‌های کار اختصاص یافته به تمامی مهارت‌ها را محاسبه می‌کنیم.

جدول ۷ تمامی ترکیبات ممکن انجام مهارت‌های کار

شماره ترکیب	مهارت ۱	مهارت ۲	مهارت ۳	جمع ساعت‌ها
۱	۶	۵	۰	۱۱
۲	۶	۵	۷	۱۸°
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
۲۶	۶	۰	۷	۱۳
۲۷	۶	۰	۷	۱۳

مرحله ۵: اگر جمع ساعت‌های کار هر ترکیب، برابر با کل ساعت‌های مورد نیاز برای انجام کار D باشد (۱۸ ساعت)، ترکیب مورد نظر را انتخاب می‌کنیم. بنابراین ترکیبات ممکن

انجام کار D به شکل جدول ۸ خواهد بود.

جدول ۸ ترکیبات موجه انجام کار

ترکیب	۲	۳	۵	۶	۲۰	۲۱	۲۳	۲۴
کارگر ۱	۱۱	۱۱	۶	۶	۵	۵	۰	۰
کارگر ۲	۷	۰	۱۲	۵	۷	۰	۱۲	۵
کارگر ۳	۰	۷	۰	۷	۶	۱۳	۶	۱۳

نتایج به دست آمده به طور دقیق مشابه با مقاله Gopalakrishnan است. بنابراین توانسته‌ایم تا به کمک روش ابتکاری فوق مسأله تعیین ترکیب مهارت‌ها را حل کنیم.

۵- طراحی آزمایشات

به منظور بررسی و تست مدل ریاضی صفر و یک پیشنهادی (مدل ۲-۲) و مقایسه جواب آن با مدل Gopalakrishnan و همکاران (۱۹۹۷) (مدل ۲-۱)، مسائل استاندارد براساس معیارهای زیر ایجاد شده است. تعداد کارها (A) در این مسائل متفاوت بوده و در مسائل کوچک (۱۰، ۱۵ و ۲۵ کار) در مسائل متوسط (۵۰، ۱۰۰ و ۲۰۰ کار) و در مسائل بزرگ (۳۰۰، ۴۰۰ و ۵۰۰ کار) وجود دارد. تعداد مهارت‌ها (B) برای هر ۹ اندازه از تعداد کارها، ۴، ۵ و ۶ مهارت می‌باشد. به ازای هر مسأله تعریف شده، با تعداد کارهای A و تعداد مهارت‌های B، یک عدد تصادفی با توزیع یکنواخت در بازه [۵۰۰-۱۰۰] ایجاد شده که درجه اولویت هر یک از کارها را نشان می‌دهد. هر چند در هر مسأله می‌تواند ۴، ۵ یا ۶ مهارت مختلف وجود داشته باشد (B) ولی در مسائل ایجاد شده فرض می‌کنیم که هر کار (وظیفه) حداکثر می‌تواند دارای ۴ مهارت مختلف باشد. برای تعیین تعداد مهارت‌های مورد نیاز برای انجام هر کار PM (D) یک عدد تصادفی یکنواخت گسسته بین ۱ تا ۴ ایجاد شده که نشان‌دهنده تعداد مهارت‌های مورد نیاز در هر کار PM می‌باشد. در مرحله بعد برای شناسایی و تعیین دقیق نوع D مهارت لازم برای انجام یک کار، از B مهارت موجود در مسأله، D عدد تصادفی صحیح منحصر به فرد با توزیع یکنواخت گسسته بین ۱ تا B ایجاد می‌شود. این اعداد نشان‌دهنده نوع مهارت‌های لازم برای انجام هر کار PM می‌باشد. سپس D

عدد تصادفی یکنواخت در بازه [۱-۱۵] ایجاد شده که نشان‌دهنده زمان مورد نیاز برای انجام هر مهارت از کار PM می‌باشد. بعد از تعیین تعداد کارها، تعداد مهارت‌ها و سایر اطلاعات مربوط به کارهای PM، باید تعداد کارگران و زمان در دسترس هر یک را مشخص کنیم. در مسائل ایجاد شده فرض می‌کنیم، تعداد کارگران با تعداد مهارت‌ها (B) برابر است. به عبارت دیگر در هر مسئله متناسب با تعداد مهارت‌ها، ۴، ۵ یا ۶ کارگر می‌تواند وجود داشته باشد و هر کارگر مسئول انجام یکی از مهارت‌های مورد نیاز است. به ازای هر یک از B مهارت موجود در مسئله، کل نفر ساعت مورد نیاز برای تکمیل هر مهارت از تمامی کارهای PM را محاسبه کرده و با فرض استفاده از کارگران تک مهارت برای تکمیل کارهای PM، این مقدار را به عنوان زمان در دسترس (۱۰۰٪) نیروی کار تک مهارت در نظر می‌گیریم. مشخص است که در سطح زمان در دسترس ۱۰۰ درصد تمامی کارهای PM را می‌توان تکمیل کرد، حتی اگر از نیروی کار تک مهارت برای انجام کارهای PM استفاده شود. برای ایجاد مسائل دیگر، سطح زمان در دسترس تمامی کارگران را به ۹۰ درصد و ۷۵ درصد از کل زمان مورد نیاز تغییر می‌دهیم. تمامی مسائل فوق را در حالت نیروی کار دو مهارت بررسی می‌کنیم. بنابراین در مجموع ۸۱ مسئله (۹ سطح از تعداد کارها 3×3 سطح از تعداد مهارت‌ها 3×3 سطح از میزان نیروی کار در دسترس 1×1 نوع نیروی کار) برای تعیین نحوه عملکرد روش‌های ابتکاری ارائه شده، مورد بررسی قرار گرفته است. در مسائل با نیروی کار چند مهارت از طرح آموزش‌های چند گانه ساده زیر (روش زنجیره‌ای) استفاده شده است و هر کارگر تک مهارت برای مهارت بلافاصله بعد از مهارت خودش مورد آموزش چند گانه قرار گرفته است. به عنوان مثال اگر مدل نیروی کار تک مهارت برای ۳ کارگر تک مهارت به ترتیب با مهارت‌های ۱، ۲ و ۳ باشد، آن‌گاه به ازای مدل نیروی کار چند مهارت، ۳ کارگر دو مهارت با مهارت‌های (۱ و ۲)، (۲ و ۳) و (۱ و ۳) وجود خواهد داشت.

به ازای حل هر مسئله با استفاده از مدل Gopalakrishnan و همکاران (۱۹۹۷) و مدل پیشنهادی، مقدار تابع هدف، مدت زمان حل (ثانیه) و کل تعداد متغیرها محاسبه و ثبت شده است. حداکثر زمان حل هر یک از مسائل در نرم‌افزار Cplex، برابر با ۲۰۰ ثانیه در نظر گرفته شده است. نتایج حاصل از حل مدل‌های مختلف نشان می‌دهد که با افزایش اندازه مسئله، مانند افزایش تعداد کارها، افزایش تعداد مهارت‌ها و کارگران، مدل Gopalakrishnan و همکاران (۱۹۹۷) با مشکل مواجه شده و دلیل آن افزایش تعداد ترکیب ممکن انجام کارها و در نتیجه

افزایش تعداد متغیرهای صفر و یک مسأله است. بعلاوه مدل پیشنهادی به دلیل عدم نیاز به محاسبه ترکیب کارگران، در حل مسائل بزرگ و متوسط از کارایی محاسباتی بالاتری برخوردار است. متوسط مقدار تابع هدف، زمان حل و تعداد متغیرهای مدل پیشنهادی به ترتیب، ۵۱۳۳۸، ۵۶/۸ ثانیه و ۱۹۵۵ متغیر می‌باشد. در حالی که همین مقادیر برای مدل Gopalakrishnan و همکاران (۱۹۹۷) به ترتیب، ۵۱۳۰۹، ۵۲/۳ ثانیه و ۵۵۵۶ متغیر می‌باشد. بنابراین با مقایسه جواب دو مدل می‌توان گفت در مدل پیشنهادی نسبت به مدل قدیم، مقدار تابع هدف ۰/۰۶ درصد افزایش، زمان حل ۶۲/۷ درصد کاهش و تعداد متغیرهای تصمیم ۶۴/۸ درصد کاهش یافته است.

جدول ۹ خلاصه نتایج مقایسه مدل پیشنهادی با مدل Gopalakrishnan

مدل جدید			مدل قدیم			
مسائل بزرگ	مسائل متوسط	مسائل کوچک	مسائل بزرگ	مسائل متوسط	مسائل کوچک	
۱۱۵۵۳۵	۳۳۶۹۹	۴۷۸۲	۱۱۵۴۹۲	۳۳۶۸۳	۴۷۵۱	متوسط مقدار تابع هدف
۱۰۲/۲۹	۶۷/۹۴	۰/۱۹	۱۸۹/۶	۱۴۰/۸	۱۲۶/۴	متوسط زمان
۴۴۰۰	۱۲۸۳	۱۸۳	۱۲۵۰۱	۳۶۴۶	۵۲۰	متوسط تعداد متغیرها
۲۷	۲۷	۲۷	۲۷	۲۷	۲۷	تعداد مسائل
۱۶	۱۹	۲۷	۲	۹	۱۱	تعداد جواب بهینه

همان‌گونه که در جدول ۹ نیز مشخص است، مدل پیشنهادی در ۶۲ مسأله از ۸۱ مسأله (۷۶/۵٪) توانسته است در زمان کمتر از ۲۰۰ ثانیه به جواب بهینه دست پیدا کند. در حالی که مدل Gopalakrishnan و همکاران (۱۹۹۷) تنها در ۲۲ مسأله از ۸۱ مسأله (۲۷٪) در زمان کمتر از ۲۰۰ ثانیه توانسته است به جواب بهینه دست پیدا کند. مدل پیشنهادی در تمامی مسائل کوچک (۲۷ مسأله) منجر به جواب بهینه شده است و تنها در ۲۹/۶ درصد از مسائل متوسط (۸ مسأله) و ۴۰/۷ درصد از مسائل بزرگ (۱۱ مسأله) در زمان کمتر از ۲۰۰ ثانیه قادر به یافتن جواب بهینه نبوده است، در حالی که مدل Gopalakrishnan و همکاران (۱۹۹۷) در ۵۹/۲ درصد از مسائل کوچک (۱۶ مسأله)، ۶۶/۶ درصد از مسائل متوسط (۱۸ مسأله) و ۹۲/۶ درصد از مسائل بزرگ (۲۵ مسأله) در زمان کمتر از ۲۰۰ ثانیه قادر به یافتن

جواب بهینه نبوده است. این مقادیر در مدل پیشنهادی در مقایسه با مدل Gopalakrishnan و همکاران در وضعیت بسیار بهتری قرار دارند. بنابراین با افزایش اندازه مسأله در هر دو مدل تعداد جواب‌های بهینه به دست آمده کاهش پیدا می‌کند ولی تعداد جواب بهینه به دست آمده در مدل پیشنهادی نسبت به مدل Gopalakrishnan و همکاران بسیار بیش‌تر است.

میانگین زمان حل مسائل به‌وسیله مدل پیشنهادی $56/8$ ثانیه و با استفاده از مدل Gopalakrishnan و همکاران، $152/3$ ثانیه است. در هر دو مدل، با افزایش اندازه مسأله، زمان حل نیز افزایش پیدا می‌کند ولی میانگین زمان حل تمامی مسائل در مدل پیشنهادی نسبت به مدل Gopalakrishnan و همکاران (۱۹۹۷) تقریباً $62/7$ درصد کم‌تر است. یکی دیگر از مهم‌ترین معیارها و شاخص‌های مربوط به عملکرد مدل‌های زمان بندی تعمیرات پیشگیرانه، تعداد متغیرهای تصمیم مدل می‌باشد. بالا بودن تعداد متغیرهای تصمیم از مهم‌ترین دلایل افزایش زمان حل مسائل عدد صحیح (صفر و یک) است. میانگین تعداد متغیرهای تصمیم مدل پیشنهادی در مقایسه با مدل Gopalakrishnan در مسائل مختلف $64/8$ درصد کم‌تر است.

۶- نتیجه‌گیری

هر چند در تحقیقات گذشته مدل‌های ریاضی متعددی برای زمان بندی تعمیرات پیشگیرانه ارائه شده است ولی این مدل‌ها دارای نقایص و کاستی‌هایی چون در نظر گرفتن نیروی کار تک مهارته و یا لزوم تعیین ترکیب کارگران قبل از مدلسازی مسأله هستند. اولین جنبه نوآوری پژوهش حاضر، ارائه یک روش ابتکاری است که تمامی ترکیبات ممکن انجام کارهای PM را در حالت نیروی کار چند مهارته و تک مهارته محاسبه می‌کند، از این روش ابتکاری در حل مسائل شبیه‌سازی شده (۸۱ مسأله ایجاد شده) با استفاده از مدل Gopalakrishnan و همکاران استفاده شده است. دومین جنبه نوآوری پژوهش حاضر، ارائه یک مدل برنامه‌ریزی صفر و یک محض است که می‌تواند مسأله زمان بندی تعمیرات پیشگیرانه را بدون نیاز به تعیین ترکیب کارگران حل کرده و از نظر زمان حل، مقدار تابع هدف و تعداد متغیرهای تصمیم بر مدل صفر و یک Gopalakrishnan و همکاران برتری دارد، علاوه بر این، مدل پیشنهادی را می‌توان برای حل مسائل زمان بندی PM با چندین منبع مورد استفاده قرار داد. نوآوری سوم این پژوهش ارائه یک مدل برنامه ریزی عدد صحیح مختلط می‌باشد که قادر است مسائل زمان بندی تعمیرات پیشگیرانه

را بدون نیاز به تعیین ترکیب کارگران حل و نسبت به مدل‌های صفر و یک محض از انعطاف‌پذیری بیشتری در تخصیص مهارت‌ها به کارگران برخوردار است. زمینه‌های تحقیقاتی فراوانی در مسائل زمان‌بندی تعمیرات پیشگیرانه وجود دارد، آنجایی که این مسأله ارتباط نزدیکی با مدیریت نگهداری و تعمیرات و مدیریت منابع انسانی دارد. تعیین برنامه‌های آموزشی کارکنان و روش بهینه آموزش مهارت‌های چندگانه به کارکنان تعمیراتی، از جمله موضوعاتی است که در تحقیقات آینده می‌تواند مورد بررسی قرار گیرد. با توجه به این‌که مسأله زمان‌بندی تعمیرات پیشگیرانه از جمله مسائل NP می‌باشد، ارائه و توسعه الگوریتم‌هایی که بتواند برای حل مسائل بزرگ با تعداد متغیرهای تصمیم و محدودیت‌های فراوان مورد استفاده قرار گیرد، از جمله موضوعات تحقیقاتی خواهد بود. یک دیگر از زمینه‌های تحقیقات آینده ارائه مدل‌های ریاضی جهت زمان‌بندی هم‌زمان تعمیرات پیشگیرانه با برنامه‌ریزی تولید است. از دیگر زمینه‌های تحقیقات آینده ارائه الگوریتم‌های هیورستیک (ابتکاری) و متاهیورستیک برای زمان‌بندی تعمیرات پیشگیرانه می‌باشد.

۷- منابع

- [1] Wang H.; A survey of maintenance policies of deteriorating systems; *European Journal of Operational Research*, Vol. 139, 2002.
- [2] Perrier N., Langevin A., Campbell J.; A survey of models and algorithms for winter road maintenance - part I: System design for spreading and plowing ; *Computers & Operations Research*, Vol. 33, 2006a.
- [3] Perrier N., Langevin A., Campbell J.; A survey of models and algorithms for winter road maintenance-part I: System design for snow disposal ; *Computers & Operations Research*, Vol. 33, 2006b.
- [4] Dekker R. ; On the use of operations research models for maintenance decision making ; *Microelectron, Reliability*, Vol. 35(9-10), 1995.
- [5] Scarf P., On the application of mathematical models in maintenance; *European Journal of Operational Research*, Vol. 99, 1997.
- [6] Frost D., Dechter R.; Maintenance scheduling problems as benchmarks for constraint

- algorithms; *Annals of Mathematics and Artificial Intelligence*, Vol. 26, 1999.
- [7] Ram B., Olumolade M.. Preventive maintenance scheduling in the presence of a production plan ; *Production and Inventory Management, 1st Quarter*, 1987.
- [8] Rezg N., Chelbi Xie X.; Modeling and optimizing a joint inventory control and preventive maintenance strategy for a randomly failing production unit: Analytical and simulation approaches ; *International Journal of Computer Integrated Manufacturing*, Vol.18(2-3), 2005.
- [9] Mason A., Ryan D., Panton; Integrated simulation, heuristic and optimization approaches to staff scheduling ; *Operations Research*, Vol. 46(2), 1998.
- [10] Suryadi H., Papageorgiou L.; Optimal maintenance planning and crew allocation for multipurpose batch plants ; *International Journal of Production Research*, Vol. 42(3), 2004.
- [11] Lettovsky L., Johnson E., Nemhauser G.; Airline crew recovery; *Transportation Science*, Vol. 34(4), 2000.
- [12] Pierskalla W., Voelker J.; A survey of maintenance models: The control and surveillance of deteriorating systems ; *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol. 23(3), 1976.
- [13] Ahire S., Greenwood G., Gupta A., Terwilliger M.; Workforce-constrained preventive maintenance scheduling using evolution strategies; *Decision Science*, Vol. 31(4), 2000.
- [14] Roberts, S. , Escudero L. ; Scheduling of plant maintenance personnel ; *Journal of Optimization Theory and Applications*, Vol. 39(3), 1983a.
- [15] Roberts S. , Escudero L.; Minimum problem-size formulation for the scheduling of plant maintenance personnel ; *Journal of Optimization Theory and Applications*, Vol. 39(3), 1983b.
- [16] Dijkstra M., Kroon L., Salomon M., Nunen J. Van, Wassenhove L. Van. Planning the size and organization of KLM's aircraft maintenance personnel ; *Interfaces*, Vol. 24(6), 1994.

- [17] Gopalakrishnan M., Ahire S., Miller D.; Maximizing the effectiveness of a preventive maintenance system: An adaptive modeling approach; *Management Science*, Vol. 43(6), 1997.
- [18] Gopalakrishnan M., Mohan S., He Z.; A Tabu search heuristic for preventive maintenance scheduling ; *Computers & Industrial Engineering*, Vol. 40, 2001.
- [19] Ruiz R. ,Garcia-Diaz C.,MarotoC.; Considering scheduling and preventive maintenance in the flowshop sequencing problem ; *Computers & Operations Research* 34, 2007.
- [20] Nguyen D. , Bagajewicz M. ;Optimization of preventive maintenance scheduling in processing plants ; *18th European Symposium on Computer Aided Process Engineering*, 2008.
- [21] Lamprey.G , Labi.S, Li.Z. Decision support for optimal scheduling of highway pavement preventive maintenance within resurfacing cycle. *Decision Support Systems*, 46, 2008.
- [22] Allaoui H., Lamouri S., Artiba A., Aghezzaf E. ; Simultaneously scheduling n jobs and the preventive maintenance on the two-machine flow shop to minimize the makespan. Int ; *J. Production Economics* 112, 2008.
- [23] Zhou X. ,Xi L.,Lee J.; Opportunisticpreventivemaintenancescheduling for multi-unit series system based on dynamic programming ; *Production Economics*, Vol.118, 2009.
- [24] Naderi B., Zandieh B., Aminnayeri B.; Incorporating periodic preventive maintenance into flexible flowshop scheduling problems ; *Applied Soft Computing*, doi:10.1016/j.asoc.2010.07.008, 2010.
- [25] Wang S., Yu J.; An effective heuristic for flexible job-shop scheduling problem with maintenance activities ;*Computers & Industrial Engineering* ,Vol. 59, 2010.
- [26] Pereira C. M. N. A., Lapa C., Mol A., Luz A.; A particle swarm optimization (PSO) approach for non-periodic preventive maintenance scheduling programming ; *Progress in Nuclear Energy*,Vol. 52, 2010.